MA 311
1S 2016
Prova 2
20/05/2016
Tempo Limite: 2 horas

Nome: ____________________
RA: ____________________

Professora Anne Bronzi
PED: Charles Almeida

Esta prova possui 6 páginas (incluindo a capa) e 4 problemas. Veja se a prova tem todas as páginas e preencha todas as informações a caneta. Coloque suas iniciais no topo de TODAS as páginas.

Você não pode usar nenhum material de consulta durante a prova, incluindo qualquer tipo de equipamento eletrônico.

Você deve mostrar a resolução completa de cada questão, de modo que as seguintes regras se aplicam:

- **Se você usar um teorema, deve enunciá-lo, e explicar porque pode ser usado.**
- **Organize seu trabalho**, usando o espaço fornecido para a solução de forma coerente. Trabalhos espalhados por todas as partes da folha sem uma ordem clara poderão ser penalizados.
- **Soluções sem justificativas não serão consideradas**. Podem ser atribuídos pontos parciais a cada questão, mesmo que a solução não seja completa.
- Se você precisar de mais espaço, use a parte de trás da folha, indicando explícitamente quando fizer isso.

Não escreva na tabela ao lado.

Questão	Ponto	Nota
1	2,5	
2	2,5	
3	2,5	
4	2,5	
Total	10	

1. (a) Prove que
$$\mathcal{L}[\sin(kt)](s) = \frac{k}{s^2 + k^2}.$$

   (b) Calcule $\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{(s^2+1)(s^2+k^2)}\right]$.

2. Considere o seguinte problema de valor inicial

$$\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dt^2} + k^2 y = A \sin t \\ \\ y(0) = a, \ y'(0) = b. \end{cases}$$

(a) Use a transformada de Laplace para encontrar a solução geral do problema acima (Use a questão 1).

(b) Encontre os valores de k para os quais a solução y satisfaz a condição $\lim_{t \to \infty} y(t) = +\infty$.

3. Considere a seguinte equação diferencial

$$y'' + 4xy' + Q(x)y = 0.$$

Encontre as funções u e Q de tal forma que $u(0) = 1$ e as funções definidas por $y_1(x) = u(x)$ e $y_2(x) = xu(x)$ sejam soluções da equação.

4. Considere a equação de Bessel

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - \alpha^2)y = 0.$$

Encontre a solução geral da equação de Bessel no intervalo $(0, \infty)$ para o caso em que 2α não é inteiro.

Rascunho