

MA 311

1S 2016

Teste I

11/03/2016

Tempo Limite: 40 minutos

Nome: _____

RA: _____

Professora Anne Bronzi

PED: Charles Almeida

Este teste possui 5 páginas (incluindo a capa) e 4 problemas. Veja se o teste tem todas as páginas e preencha todas as informações a caneta. Coloque suas iniciais no topo de TODAS as páginas.

Você não pode usar nenhum material de consulta durante a prova, incluindo qualquer tipo de equipamento eletrônico.

Você deve mostrar a resolução completa de cada questão, de modo que as seguintes regras se apliquem:

- **Se você usar um teorema, deve enunciá-lo, e explicar porque pode ser usado.**
- **Organize seu trabalho**, usando o espaço fornecido para a solução de forma coerente. Trabalhos espalhados por todas as partes da folha sem uma ordem clara poderão ser penalizados.
- **Soluções sem justificativas não serão consideradas.** Podem ser atribuídos pontos parciais a cada questão, mesmo que a solução não seja completa.
- Se você precisar de mais espaço, use a parte de trás da folha, indicando explicitamente quando fizer isso.

Não escreva na tabela ao lado.

Questão	Ponto	Nota
1	3,0	
2	4,5	
3	2,5	
4	2,0	
Total	12,0	

1. (3,0) Diga se as seguintes séries convergem ou divergem, justificando.

(a) (1,5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2^n}{n^3 + 3^n}$

(b) (1,5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^{3n+1}}$

2. (4,5) Decida se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas, justificando ou dando contra-exemplo:
- i) (1,5) Existem duas sequências de números reais (a_n) e (b_n) , tais que a_n é limitada, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \pi^2$.
 - ii) (1,5) Toda sequência limitada de números reais converge.
 - iii) (1,5) Para toda sequência de números reais (a_n) , tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, temos que $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ é convergente.

3. (2,5) Estude a convergência da série $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha} \ln(n)}$ para $\alpha > 0$.

4. (2,0) Dizemos que uma série $\sum_{i=0}^{\infty} a_n$ é absolutamente convergente se $\sum_{i=0}^{\infty} |a_n|$ converge. Mostre que, se $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ é absolutamente convergente, então $\sum_{n=0}^{\infty} b_n^2$ converge. (Sugestão: Se (b_n) é uma sequência tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$, então existe $N \in \mathbb{N}$ tal que para todo $n \geq N$ temos $b_n < 1$)