Um grande número de equações quadráticas aplicadas a problemas genéticos pode ser encontrado em Jacquard (1974).

Recomendados para leitura posterior: Defares *et al.*, (1973), Guelfi (1966), Lefort (1967), C.A.B. Smith (1966).

Problemas

4.1.1. Para a função-potência $y = ax^2$, escolher o domínio como consistindo de todos os números reais. Plotar a função para os valores de parâmetros $a = 1;\ 2;\ 0{,}5;\ 0{,}1;\ -1;\ -2;\ -3$. Discutir a imagem da função.

4.1.2. Plotar a função-potência $y = ax^3$ para o domínio $x \mid -2 \leqslant x \leqslant 2$ e os valores de parâmetros $a = 1;\ 0{,}2;\ -1$. Discutir a imagem da função.

4.1.3. Plotar o conjunto $\{(x, y) \mid y > x^2 \text{ e } y < 4 - x\}$.

4.1.4. Resolver graficamente as desigualdades simultâneas $P^2 < Q + 1$ e $P < Q$. (Sugestão: fazer $P = x$ e $Q = y$).

4.2.2. Imaginar que todas as dimensões lineares de um animal aumentem de 12%. Então, o animal terá a mesma forma. Como aumentam a superfície, o volume e o peso (sob a gravidade específica constante)? Dar as percentagens de aumento.

4.2.3. Problema recíproco: todas as dimensões lineares (altura, comprimento, diâmetro etc.) cresceram uniformemente, de tal forma que o volume aumentou de 60%. De que percentagem aumentará a superfície?

4.2.4. Considerar uma célula esférica de volume V e superfície S. Expressar V como uma função de S. Que tipo de função é esta? Como o S duplicado influencia V? (Sugestão: nas Fórmulas (4.2.2) e (4.2.3) eliminar o raio r).

4.3.1. Deslocar o gráfico de $y = 6x - x^2$ uma unidade para a esquerda e duas unidades para cima. Desenvolver, também, algebricamente a transformação.

4.3.2. Deslocar o gráfico de $y = 2/(x + 2)$ cinco unidades para direita e uma unidade para cima. Desenvolver, também algebricamente, a transformação.

4.4.1. Para $x = -1, 0, 1$ a quantidade $y = 8 - 3x + x^2$ assume os valores 12, 8, 6, respectivamente. Usando a primeira e segunda diferenças somente, determinar os valores funcionais para $x = 2, 3, \ldots, 10$.

4.4.2. Sendo dada a função $y = 3 + x - 1/4\ x^2$, calcular y para $x = -2, -1, 0, +1, \ldots, +7$, utilizando a primeira e segunda diferenças. Traçar um diagrama.

4.4.3. Mostrar que para a função cúbica $f(x) = x^3$ as terceiras diferenças são constantes. Começar com valores numéricos para $x = -1, 0, +1, +2, \ldots, +6$. Então, generalizar, mostrando que a primeira diferença $\Delta f(x) = f(x+1) - f(x)$ é uma função quadrática de x, a segunda diferença $\Delta^3 f(x)$ é uma função linear de x e que a terceira diferença $\Delta^3 f(x)$ é uma constante.

4.5.1. Para a função dada pela Fórmula (4.5.2), calcular a velocidade v do sangue para $r = 0$ cm, 10^{-3} cm, 2×10^{-3} cm, $3 \times 10^{-3}, \ldots, 8 \times 10^{-3}$ cm e comparar o resultado com a Fig. 4.8. Testar os valores de v por meio da primeira e da segunda diferenças.

4.6.4. Converter as seguintes equações quadráticas em x na forma-padrão:

a) $(3 - x)(4 + x) = 6x^2$; b) $2x + 6/x = 5$;

c) $(p - x)x = 2px - q$.

4.6.5. Resolver as equações quadráticas em x "incompletas":

a) $x^2 - 2px = 0$; b) $qx^2 = 3x$; c) $rx^2 + (r + 3)x = 0$.

(Sugestão: fatorar x).

4.6.6. Para $a > 0$ resolver as seguintes equações com relação ao z:

a) $az^2 = z$; b) $az = 1/z$;

c) $az + z^2 = 0$; d) $a/z - 2z = 0$.

4.6.7. Resolver $y^4 - y^2 = 12$ (Sugestão: substituir $y^2 = x$).

4.6.8. Wright (1964, Pág. 27) em uma análise de hereditariedade Mendeliana foi levado à equação $4x^2 - 2x - 1 = 0$. Determinar as raízes.

4.6.9. Resolver $u - 2\sqrt{u} = 3$. (Sugestão: substituir $\sqrt{u} = x$).

4.6.10. Fisher (1965, Pág. 131), discutindo o acasalamento de animais com uma longa gravidez e uma única cria, considera a equação $8\lambda^2 - 8\lambda + 1 = 0$, onde λ é a letra grega lambda. Resolver esta equação.

4.6.11. Determinar a forma-padrão da equação quadrática com raízes $x_1 = 7$, $x^2 = -3$ s.

4.6.12. Determinar a forma-padrão da equação quadrática com raízes $x_1 = t^2$, $x^2 = -t/2$.

4.6.13. A soma de dois números desconhecidos é 6 e seu produto 4. Determinar os números com uma precisão de dois decimais.

4.6.14. A soma e o produto de dois números desconhecidos são iguais a k, onde $k \geqslant 4$ é a quantidade dada. Determinar os dois números.

4.6.15. Discutir o caráter das raízes na equação quadrática

$$9x^2 - (m - 3)x + 1 = 0.$$

4.6.16. Para que valores de k são reais as raízes de

$$(3x + k)^2 = 4(k + x)?$$

4.6.17. Li (1958, Pág. 216) em uma análise do decréscimo de heterozigose estuda a equação quadrática em λ:

$$2N\lambda^2 - 2(N - 1)\lambda - 1 = 0.$$

Mostrar que a equação tem duas raízes reais diferentes para todos os valores da constante N, exceto para $N = 0$.

4.6.18. Para quais valores de p são reais as raízes de

$$(p - 2)\mu^2 = 2(p - 1)\mu + 2\,?$$

Discutir o caso $p = 2$ separadamente.

4.7.1. Uma rodovia tem somente uma via sem oportunidade de ultrapassagem por vários quilômetros. O "funil" fica repleto todo dia. Se os carros trafegarem a 100 km/h, eles têm que manter uma distância de segurança de $s = 70$ m de um carro para o outro. A polícia reduz a velocidade para 50 km/h com uma distância de segurança de $s = 25$ m. Se todos mantiverem a distância de segurança, qual das duas velocidades permitirá o maior número de carros por hora? (As distâncias entre os carros são medidas da metade de um carro até a metade do seguinte).

4.7.2. Em um lago de área A (metros quadrados) os barcos a motor são permitidos navegar a uma velocidade v (m/s). Suponhamos que o lago esteja repleto e que cada barco requeira uma faixa de comprimento $s_1 = t_1 v$ e largura $s_2 = t_2 v$, onde t_1 e t_2 são os espaços de tempo necessários para manobra segura. Qual é o número máximo admissível de barcos? (Exemplos numéricos: $t_1 = 10$ s, $t_2 = 5$ s, $A = 1$ km^2).