

custo operacional dos contadores ao longo do segmento. A partir de (3.7.8), temos $y = (-0,6)x + 100$. Com este valor de y , o custo total (3.7.9) torna-se

$$2x + 5y = 2x + 5((-0,6)x + 100) = 500 - x.$$

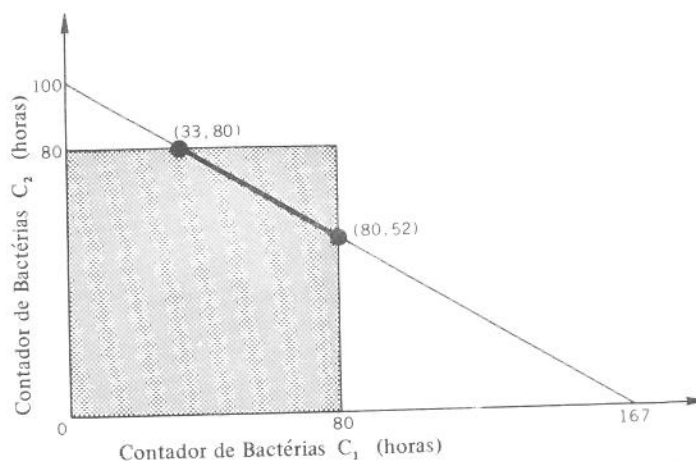


Fig. 3.20. Construção do ponto ótimo no uso dos contadores de bactéria.

Conseqüentemente, o custo é uma função linear de x . Quando vamos do ponto extremo superior ao inferior, isto é, quando x aumenta de 33 para 80, o custo total decresce de \$ 467 para \$ 420. Logo, o resultado final é: a despesa é minimizada se o contador C_1 for utilizado durante 80 horas e o contador C_2 durante 52 horas.

Recomendados para leitura posterior: Defares *et al.* (1973), Grossman e Turner (1974), Guelfi (1966), Hays (1963), Kerlinger (1964), Lefort (1967), Nahikian (1964), C. A. B. Smith (1966), Stibitz (1966).

Problemas

- 3.2.1. Determinar o produto cartesiano dos conjuntos $A = \{ 0, 1 \}$ e $B = \{ 0, 2, 4 \}$ e construir um gráfico. Mostrar que $A \times B \neq B \times A$, o que significa que a lei comutativa não é válida para o produto cartesiano.
- 3.2.2. Sejam $S = \{ a, A \}$, $T = \{ b, B \}$, $U = \{ c, C \}$. Definir ternos ordenados pelo produto cartesiano $S \times T \times U$.
- 3.3.1. Seja $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$. A desigualdade $x + y \geq 3$ define uma relação no produto cartesiano $A \times A$. Determinar uma representação gráfica desta relação. Quantos dos 25 pares (x, y) satisfazem a desigualdade?
- 3.3.2. Na árvore genealógica mostrada na Fig. 3.21 os quadrados são símbolos para o sexo masculino e os círculos para o sexo feminino. Os indivíduos são representados por $a, b, c, \dots, n$. Estabelecer as seguintes relações utilizando um papel de gráfico:

- a) x é irmão ou irmã de y, b) x é um descendente de y, c) x é um ascendente de y.

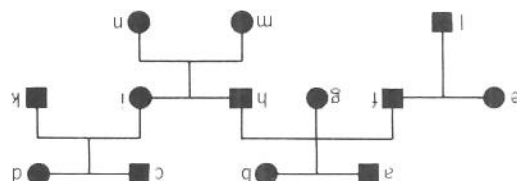


Fig. 3.21.

3.3.3. Em um ecossistema marinho, o fitoplâncton é comido pelo zooplâncton

ou por onívoros, ou então morre. O zooplâncton é comido por onívoros, carnívoros, ou morre. Finalmente, onívoros e carnívoros comem-se indistintamente ou morrem. Com esta situação em mente, definir uma relação no produto cartesiano $S \times S$, onde $S = \{\text{fitoplâncton, zooplâncton, onívoros, carnívoros, mortos}\}$ e encontrar um gráfico representativo adequado (cf. Patten, 1966, Pág. 595).

3.3.4. A craca do Pacífico (*Pollicipes polymenus*), um crustáceo que se fixa às rochas, tem um sistema circulatório primitivo. A hernalinha é bombeada através do corpo por um músculo não-identificado. A frequência de contração é fortemente dependente da temperatura do corpo. Se a temperatura do corpo ($^{\circ}\text{C}$) for plotada em uma linha horizontal e a frequência de contração (batidas por minuto) num eixo vertical, a relação é dada por todos os pontos em um triângulo cujos os vértices são:

$^{\circ}\text{C}$	Batidas por minuto
7	1
23	15
25	50

Plotar a relação e decidir se os seguintes pontos pertencem à relação: (15° , 9 b.p.m.), (15° , 25 b.p.m.), (24° , 20 b.p.m.). Os dados foram tirados de Fyhn *et al.* (1973).

3.3.5. Foi testada a resistência física de cinco pessoas subindo uma montanha. Mediram o tempo que elas necessitaram para escalar de uma certa altitude até o nível mais alto:

Pessoa Nº	Classificação	Altitude do nível	Mais baixo	Mais alto	Tempo requerido
1	muito forte	800 m	2 020 m	2h 42 m	
2	não-treinada	1 200 m	2 100 m	3h 6 m	
3	muito forte	1 200 m	2 900 m	3h 30 m	
4	razoavelmente forte	1 500 m	2 350 m	2h 12 m	
5	não-treinada	950 m	2 250 m	4h 6 m	

Calcular a "potência de escalada" em m h^{-1} (distância vertical em metros por hora) para cada pessoa e estabelecer a relação plotando a "potência de escalada" *versus* a classificação da resistência.

- 3.4.1. Vinte camundongos experimentais, numerados 1, 2, ..., 20, foram testados quanto à reação a uma certa dose de estircina. Associamos o número um com um camundongo, se ele reagir positivamente; de outra forma ele será associado ao número zero. Esta associação é uma função. Por quê? Determinar o domínio e a imagem desta função.
- 3.4.2. Doze pessoas numeradas 1, 2, ..., 12 foram classificadas como destros, sinistras ou ambidestras. Essa associação estabelece uma função. Quais são o domínio e a imagem desta função?
- 3.4.3. Em qual dos seguintes casos é correto dizermos que os elementos- x são levados nos elementos- y ou, equivalentemente, que a associação de y com x é uma função?
 - a) x = velocidade de pulsação, y = temperatura do corpo de um determinado paciente, x e y sendo medidos várias vezes;
 - b) x = triângulo, y = área do triângulo;
 - c) x = frequência da onda eletromagnética, y = cor espectral;
 - d) x = seção de uma rodovia, y = velocidade média de um automóvel numa determinada viagem;
 - e) x = velocidade de um determinado carro, y = menor distância necessária para frear o carro, x e y sendo medidos em rodovias de diferentes condições.
- 3.4.4. Seja $x \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ e y os restos 0, 1, 2, ou 3 da divisão de x por 4. Por que a associação de y com x é uma função? Traçar um diagrama desta função e especificar seu domínio e sua imagem.
- 3.5.1. De acordo como Tomoféeff-Ressovsky e Zimmer (1947, Pág. 36), o número de mutações ligadas ao sexo, relacionadas à *Drosophila melanogaster* cresce quase linearmente, com uma dose de raios X que não exceda 6 kR (quilo-Roentgen). Seja x a dose medida em kR e y a taxa de mutação (percentagem). Para uma dose 0 nenhuma mutação é observada. Com uma dose de 3 kR a taxa de mutação é 8,4%. Traçar um diagrama e estabelecer a equação para y e x . Qual é o domínio e a imagem da função? O ângulo da inclinação é significativo?
- 3.5.2. A pressão exercida pela água é proporcional à profundidade onde é medida. Seja d a profundidade (metros) e p a pressão (atmosferas). Foram feitas as seguintes medidas na água do mar: $d = 98,0 \text{ m}$, $p = 10,21 \text{ atm}$. Expressar p em termos de d . Se um erro em p de menos de 1% é desprezível, o domínio da função é aproximadamente $\{d | 0 \leq d \leq 1\,000\}$. Qual é a imagem correspondente?
- 3.5.3. Um animal saltador, tal como um gato, toninha (porco marinho) ou uma pulga, cai de tal forma que a velocidade vertical do seu centro de gravidade

aumenta de 9,81 m/s em cada segundo. Qual é a equação da velocidade vertical se for escolhido o tempo zero no momento em que a velocidade vertical for zero (no ponto máximo)? Qual é a velocidade vertical para $t = 0,1$ s, 0,2 s etc.? Construir um diagrama. Interpretar os valores da função para valores negativos de t .

3.5.4. A taxa de consumo de oxigênio do pulmão é medida em ml m^{-1} . Quanto maior esta velocidade mais distendida deve estar a superfície da área alveolar. Já que o consumo de oxigênio é um processo de difusão, a taxa de consumo $\dot{Q}$ deve ser proporcional à área da superfície alveolar. Determinar a média aritmética de $\dot{Q}/A$, a partir dos seguintes dados (adaptados de Tenney e Remmers, 1963):

$A \text{ (m}^2\text{)}$	$\dot{Q} \text{ (ml m}^{-1}\text{)}$
Rato	0,4
Coelho	6,5
Homem	62
Toninha	110
Vaca	300
Baleia	1 700
	12 000

3.5.5. A Terra é aproximadamente uma esfera de 40 000 km de circunferência. Imaginemos que um arame fosse enrolado em torno do equador de tal esfera. Agora aumentamos de 10 m o comprimento requerido de 40 000 km e enrolamos o arame novamente de forma que um espaço de medida constante é deixado entre a Terra e o arame. Um camundongo seria capaz de passar entre o arame e a Terra?

3.6.3. Plotar a função $y = 8,8x - 20$, usando uma unidade no eixo y que seja apenas um décimo da unidade no eixo x .

3.6.4. Plotar a função $y = 0,35x + 25$, com unidades iguais nos eixos x e y , mas com uma "interrupção" no eixo y de forma a economizar espaço.

3.6.5. Plotar as retas definidas pela equação $y - 3 = a(x - 2)$ para $a = 0, 0,6, 1,3, 2,8, -0,9, -1,6$. (Sugestão: comparar com a Eq. (3.6.4). Para representar a inclinação, escolher um Δx arbitrário, por exemplo, $\Delta x = 10$, determinar Δy , e prosseguir Δx passos para a direita e Δy passos para cima ou para baixo).

3.6.6. Sem nenhum cálculo, traçar os gráficos de $y - 5 = a(x - 2)$ para a) $a = 2,5$; b) $a = 3,5$; c) $a = -3,5$.

Usar escalas diferentes para os eixos x e y , estabelecendo, por exemplo, a unidade x como duas vezes maior que a unidade y . (Sugestão: usar a Eq. (3.6.4). Para plotar a inclinação, fazer $\Delta x = 1$.)

- 3.6.7. Uma função linear $Q = Q(t)$ assume o valor $Q_1 = 88,3$ mg, no instante em que $t_1 = 14$ s e o valor $Q_2 = 89,6$ mg, quando $t_2 = 39$ s. Determinar a velocidade de crescimento e estabelecer a função linear. 3.6.14
- 3.6.8. Como regra, as experiências biológicas consomem muito tempo. O custo consiste de duas partes:
1. Uma quantia fixa para obtenção de instrumentos, equipamentos, animais ou plantas, 3.6.15
 2. Uma quantia variável, que aumenta diariamente devido ao salário do experimentador e/ou seu assistente, e o custo médio para alimentação, suprimentos e força. Seja f a quantia fixa, r a média diária de aumento, t o tempo em dias, e F o custo total. Determinar a equação que expressa F em termos de t . Verificar se $\Delta F/\Delta t$ é constante. 3.6.16
- 3.6.9. Se uma mola helicoidal for distendida sob a influência de uma força, seu comprimento será uma função linear da força, a menos que a força exceda um certo limite (lei de Hooke). Seja F a força (medida em Newtons), e l o comprimento da mola (cm). l_0 representa o comprimento inicial quando nenhuma força está atuando. Seja $a = \Delta l/\Delta F$ a taxa de aumento do comprimento da mola. Expressar l em termos de F .
- 3.6.10. A concentração de dióxido de carbono livre na atmosfera na faixa de 9 a 12 km de altitude foi de 313 ppm, em 1960 e 321 ppm, em 1970. Houve um aumento monotônico. Usando extrapolação linear, estimar a concentração de CO_2 para os anos 1980, 1990 e 2000 (ppm = partes por milhão). 3.6.17
- 3.6.11. Estarão os três seguintes pontos localizados na mesma reta?
- | | | |
|--------------|-------------|---------------|
| $x_0 = 1,5$ | $x_1 = 4,5$ | $x_2 = 12,0$ |
| $y_0 = -2,0$ | $y_1 = 2,5$ | $y_2 = 13,75$ |
- (Sugestão: calcular $\Delta y/\Delta x$ para os diferentes pares de pontos.) 3.6.1
- 3.6.12. Seja
- | | | |
|--------------|--------------|------------|
| $x_0 = 2,$ | $x_1 = 6,$ | $x_2 = 9,$ |
| $y_0 = 7,5,$ | $y_1 = 5,5,$ | $y_2 = w.$ |
- Utilizando $\Delta y/\Delta x$ determinar w de forma que os três pontos (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) estejam sobre a mesma reta.
- 3.6.13. Simpson, Roe e Lewontin (1960, Pág. 218) afirmaram que nas fêmeas da cobra *Lampropeltis polyzona* o comprimento total y é uma função linear do comprimento da cauda x , com grande precisão. O domínio é o intervalo compreendido entre 30 mm e 200 mm, e a imagem é o intervalo compreendido entre 200 mm e 1 400 mm. São dados os dois pontos seguintes:
- | | |
|----------------|--------------------|
| $x_0 = 60$ mm | $x_1 = 140$ mm |
| $y_0 = 455$ mm | $y_1 = 1\,050$ mm. |
- Determinar a equação de y como uma função de x e plotar um diagrama com unidades apropriadas para x e y . O ângulo de inclinação é significativo? 3.6.1

3.6.14. Uma barra de cobre, parte de um instrumento, é exposta a diferentes temperaturas. Seu comprimento l é quase uma função linear da temperatura t , admitindo-se que $t < 150^\circ$ (Celsius). Determinar a equação para l usando as seguintes medidas:

$$t_1 = 15^\circ, \quad l_1 = 76,45 \text{ cm} \quad \text{e} \quad t_2 = 100^\circ, \quad l_2 = 76,56 \text{ cm}.$$

3.6.15. A temperatura na escala Celsius, representada por x , e a mesma temperatura na escala Fahrenheit, representada por y , são ligadas pela relação linear $5y - 9x = 160$. Expressar y como uma função de x e plotar a função. Preparar uma tabela de conversão para $x = 36,0^\circ; 36,1^\circ; 36,2^\circ \dots 37,0^\circ$.

3.6.16. Nos pulmões, o ar atinge a temperatura do corpo. O ar exalado tem temperatura inferior à do corpo, já que é resfriado nas paredes do nariz. Foram feitas medidas em câmara de cactus (pequeno passaro do deserto). Para a temperatura ambiente o domínio foi $\{T_A \mid 12^\circ < T_A < 30^\circ\}$. A temperatura do ar exalado T_E depende linearmente da temperatura ambiente T_A :

$$T_E = 8,51 + 0,756 T_A \text{ (função empírica)}.$$

Traçar um gráfico dessa função e determinar a imagem. (Dados de Schmidt-Nielsen, 1972, Pág. 9).

3.6.17. Um grande poluente produzido pela queima de combustíveis fósseis é o dióxido sulfúrico (SO_2). Uma pesquisa realizada em Oslo, Noruega, demonstrou que o número N de mortes por semana é uma função linear da concentração média C do SO_2 medida em $\mu\text{g}/\text{m}^3$. A função empírica é $N = 94 + (0,031)C$. O domínio é $\{C \mid 50 < C < 700\}$.

a) Plotar um gráfico desta função.

b) Calcular a imagem. (Dados de Wilson, 1972).

3.6.18. Pela queima de combustíveis fósseis o homem libera 200 milhões de toneladas métricas de monóxido de carbono (CO) venenoso na atmosfera, cada ano. Apesar de a concentração de CO manter-se entre 0,04 e 0,90 ppm (partes por milhão) no ar ambiental. A principal razão é que os microrganismos do solo absorvem CO rapidamente e o convertem em dióxido de carbono e/ou metano. Em uma experiência com 10 litros de ar e um pouco de solo, 1 443 μg de CO foram reduzidos a 47 μg no prazo de 3 hs. O decréscimo foi linear.

a) Plotar o resultado em um sistema de coordenadas retangulares.

b) Determinar a equação para o decréscimo de massa de CO . (Dados de Inman, R. E., *et al.*, 1971).

3.6.19. A habilidade de uma pessoa em discriminar as cores espectrais é medida estabelecendo-se, para cada frequência ν_0 , a frequência mais próxima, que pode ser distinguida, ν_1 . O valor absoluto da diferença, isto é, $\delta = |\nu_1 - \nu_0|$ pode ser plotado como ordenada com a frequência de referência ν_0 como abscissa. δ é mínimo nas frequências próximas aos limites entre duas matizes (tais como azul, verde, vermelha) e máximo

nas frequências próximas ao centro das matizes, δ e ν_0 constituem uma relação? Uma função? Uma função linear?*

- *3.7.1. Resolver as seguintes desigualdades com relação a y e plotar as relações no plano cartesiano:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x + y < 5 & \text{b) } x - y < 5 \\ \text{c) } x + 2y > 8 & \text{d) } 3x - 3y < 10. \end{array}$$

- *3.7.2. Sendo dadas as duas desigualdades

$$A : x > y \qquad B : 3x > y.$$

Determinar graficamente todos os pares (x, y) para os quais sejam satisfeitas:

- a) A e B ; b) A e/ou B ; c) ou A ou B .

- *3.7.3. Determinar graficamente a interseção e a união dos conjuntos

$$\{(x, y) | x + y - 5 > 0\} \quad \text{e} \quad \{(x, y) | x - 2y + 2 > 0\}.$$

- *3.7.4. Suponhamos que um adulto necessite de pelo menos 300 g de carboidratos na sua alimentação diária. Que possibilidade ele tem, se quiser preencher esta condição alimentando-se com um tipo de alimentação mista, que consiste de batatas e soja? 100 g de batatas cruas contém 19 g de carboidratos e 100 g de soja seca contém 35 g (dados de Diem *et al.*, 1970). Representar o resultado em um diagrama.

- *3.7.5. Determinar a solução do problema no final da Seq. 3.7, admitindo que os gastos são \$ 2,00 e \$ 3,00 para os operadores de contadores de bactérias C_1 e C_2 , respectivamente.

- *3.7.6. Uma área de no máximo 10 ha deve ser plantada com trigo e batatas. Para evitar-se a monocultura é necessário que no máximo 70% da área cultivada seja reservada para trigo ou batatas. Seja x o número de hectares plantados com trigo e y o número correspondente para batatas. Determinar graficamente todos os pares (x, y) que preencham essas condições.

- *3.7.7. Em um país em desenvolvimento, uma área de no máximo 10 km² ($= 1\,000$ ha) está sendo plantada com batatas e milho. Para lutar contra os insetos e as doenças de plantas, é desejável que não mais de 70% da área utilizada seja plantada com batatas ou milho. A produção de batatas é estimada em 8,3 t (toneladas métricas) por ha e a de milho em 7,7 t por ha. Cada quilograma de batatas cruas contém 20 g de proteína, enquanto que a quantidade correspondente para o milho fresco é de 32 g (dados de Diem *et al.*, 1970). É requerido que a quantidade total de proteína, na produção, não seja menor que 200 t. Se x representar o número de km² plantados com batatas e y o número correspondente para o milho, quais os pares (x, y) que satisfazem todas as condições? Resolver o problema graficamente.

* Sugerido pelo Dr. Jack P. Hailman, Universidade de Wisconsin. ν é a letra grega nu.