

Aula 1

①

Grandeza Proporcional

Regra de 3 direta

Magnitudes proporcionais

Km asfaltados $\leftrightarrow$ dias de duração

Dado Proporcional

Problema: uma empresa asfaltou uma estrada de 36 Km em 14 dias. Quanto dias vai demorar em asfaltar uma estrada de 54 Km

36 Km ————— 14 dias
54 Km ————— x dias (incógnitas)

Proporção $\rightarrow \frac{36}{54} = \frac{14}{x} \Rightarrow x = \frac{14 \cdot 54}{36} = 21 \text{ dias} \checkmark$

Unidades!! x estrada!
em dias

14 dias $\frac{54 \text{ Km}}{36 \text{ Km}}$

Pensar no problema direto

x corresponde a y
x' corresponde a y' }

$x' > x$ então $y > y'$
ou
 $x' < x$ então $y' < y$

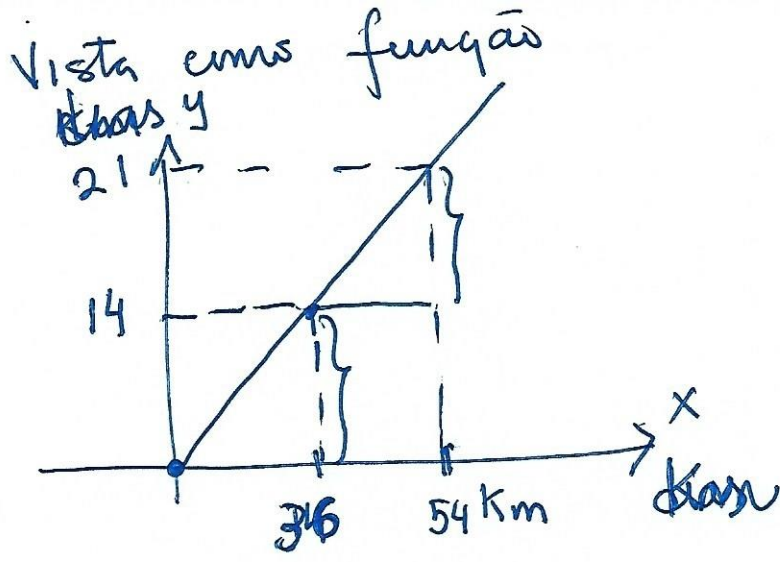
Exemplo

36 Km $\rightarrow$ 14 dias

54 Km — $x > 14 \text{ dias}$

18 Km — $x < 14 \text{ dias}$

} estabelecer a proporção



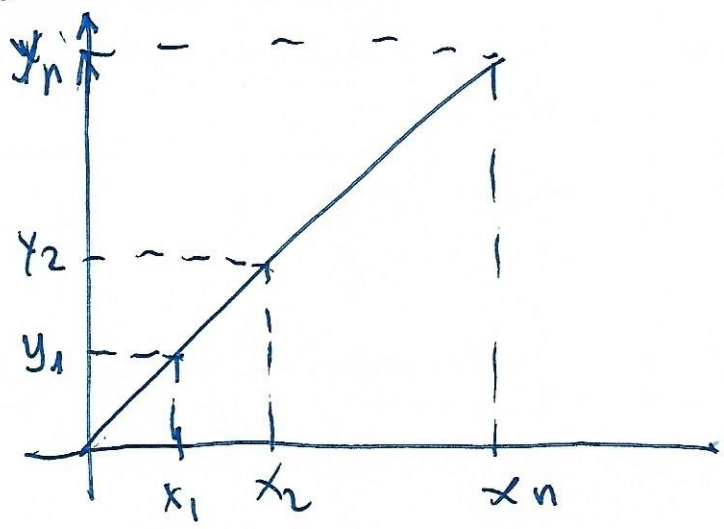
$\Rightarrow y = f(x) \Rightarrow$ Proporção $\frac{\text{dias}}{\text{Km}} \cdot x \text{ Km}$

$$f(x) = \frac{14}{36} x$$

$$f(x) = k x$$

Divisão em partes Proporcionais

voltamos a reta



$$\Rightarrow \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k \text{ (proporção)}$$

$$\Rightarrow Y_i = K X_i$$

(3)

$$\Rightarrow \frac{Y_1 + \dots + Y_n}{X_1 + \dots + X_n} = \frac{K X_1 + K X_2 + \dots + K X_n}{X_1 + X_2 + \dots + X_n} = K = \frac{Y_i}{X_i}$$

Isto se aplica a dividir um numero em partes proporcionais

dividir um numero a em partes proporcionais $a_1, \dots, a_n$ significa encontrar $x_1, \dots, x_n$ proporcionais a $a_1, \dots, a_n$ tal que $x_1 + \dots + x_n = a$

$$\Rightarrow x_1 + \dots + x_n = a$$

$$x_1 = K a_1, x_2 = K a_2, \dots, x_n = K a_n$$

$$\Rightarrow K a_1 + \dots + K a_n = a \Rightarrow a = K (a_1 + \dots + a_n)$$

$$K = \frac{a}{a_1 + \dots + a_n}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{a \cdot a_1}{a_1 + \dots + a_n}, \dots, x_n = \frac{a \cdot a_n}{a_1 + \dots + a_n}$$

Exemplo: n pessoas organizam um negocio e colocam de capital $c_1, \dots, c_n$ cada uma respectivamente quanto corresponde do lucro anual L para cada uma

$$L_1 = \frac{c_1 L}{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}$$

$$L_2 = \frac{c_2 L}{c_1 + c_2 + \dots + c_n}$$

$$L_n = \frac{c_n L}{c_1 + c_2 + \dots + c_n}$$

grandeza Proporcional a outros

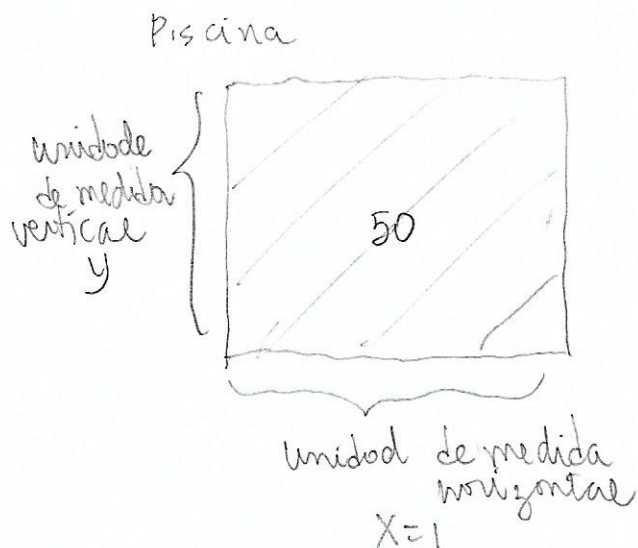
(4)

Temos duas variáveis

$$\begin{aligned} f(x, \overset{\downarrow \text{fixo}}{y}) &= c \cdot f(x, y) \\ f(x, \overset{\downarrow \text{fixo}}{y}) &= d \cdot f(x, y) \end{aligned} \Rightarrow$$

$$f(x, y) = f(1 \cdot x, 1 \cdot y) = x \cdot f(1, 1 \cdot y) = f(1, 1) \cdot x \cdot y$$

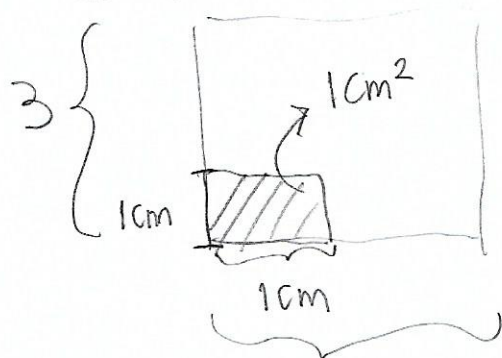
$$\text{Se } f(1, 1) = K \Rightarrow f(x, y) = K \cdot x \cdot y$$



$$f(1, 1) = 10$$

qual será a área se
temos x unidade de
medida horizontal e y
unidade de medida vertical
 $f(x, y) = \underbrace{f(1, 1)}_{10} \cdot x \cdot y$

Exemplo



$$f(1, 1) = 1 \text{ cm}^2$$

$$f(5, 3) = f(1, 1) \cdot 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$$

Exemplo ⁵Trabalhando 8 hs por dia 3 trabalhadores
construem um muro 40 m de comprimento em 12 dias
Se o número é reduzido a 6 hs os trabalhadores a 5

que comprimento do muro da mesma altura
construíram em 15 dias

(5)

$$L(h, t, d) = K \underbrace{h t d}$$

↑ ↑ ↓
horas trabalho dias
de proporcional

$$\Rightarrow h(8, 3, 12) = 40 = K(8 \cdot 3 \cdot 12) \Rightarrow K = \frac{40}{288}$$

$$L(6, 5, 15) = \frac{40}{288} \cdot 6 \cdot 5 \cdot 15 = \underline{62,5 \text{ m}}$$

Grandezas inversamente proporcionais

x y duas grandezas inversamente proporcionais

1º) x e y estão relacionados
um y $\Rightarrow y = f(x)$ cada x corresponde
 $x > x' \Rightarrow y' > y$
se inverte

se y_0 é o valor de y que corresponde a x_0
de x então

$c x_0$ corresponde $\frac{1}{c} x_0$ relação inversa

$$\Rightarrow f(cx) = \frac{1}{c} f(x)$$

Exemplo

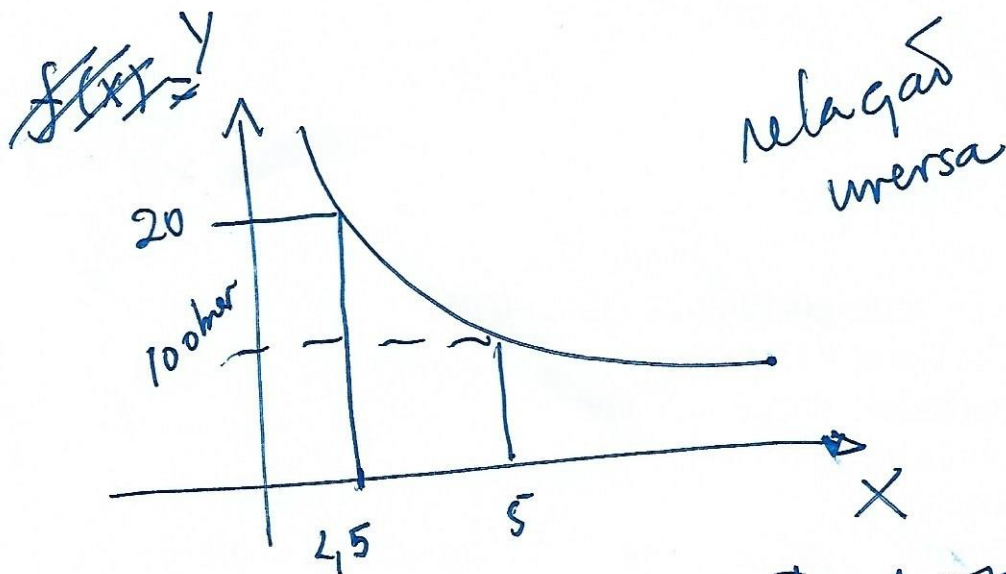
10 homens demoram 5 dias em (6)
construir 1 casa, quanto tempo
demoram 20 homens

$$\begin{array}{l} 10 \longrightarrow 5 \text{ dias} \\ 20 \longrightarrow x \text{ dias} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{relação inversa}$$

$$\frac{10}{20} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5$$

relação de proporcionalidade

$$\left\{ \frac{10}{20} \right\} = 2,5 \text{ dias}$$



Grandezas directa ou inversamente proporcionais
as umas outras

$$f(x, y, z, u, v) = k \frac{\overbrace{x y z}^{\text{directos}}}{\underbrace{u v}_{\text{inversos}}}$$

$$f(x, y, z, u, v) = f(1, 1, 1, 1, 1) \frac{x y z}{u v}$$

Porcentagem

7

É uma fração do denominador 100

$$x\% \text{ de } C = \frac{x}{100} C$$

Por exemplo 10 % de C é

$$\frac{10}{100} \cdot C$$

se temos uma quantidade de Pessoas

P e grupos $P_1, \dots, P_e$ tal que

$$P = P_1 + \dots + P_e,$$

o percento de cada grupo P_i é

$$\frac{P_i}{P} \cdot 100 =$$