NÍVEIS DE CONHECIMENTO ESPERADOS DOS ESTUDANTES: A NOÇÃO INTUITIVA DE CONJUNTO.

Áureo de Albuquerque Ribeiro[1]-UNICSUL
Marlene Alves Dias[2]-UNICSUL

Resumo:

Este trabalho constituiu-se em uma proposta de discussão sobre "os três níveis de conhecimentos esperados dos estudantes", segundo a definição de Aline Robert, em particular quando trabalhamos com "a noção intuitiva de conjunto", que Halmos evidencia. As abordagens teóricas dos três níveis de conhecimento esperados dos estudantes, (nível técnico, mobilizável e disponível), segundo a definição de Aline Robert, correspondem respectivamente ao trabalho isolado, a justaposição de saberes e saber responder corretamente sem indicações. Em seguida apresentamos a metodologia da pesquisa, assim como a grade de análise construída para avaliar como são considerados os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes, particularmente no ensino de conjuntos.

Palavras-chave:

níveis de conhecimento, noção intuitiva de conjuntos, registros e representações.

Introdução:

Cada vez mais é possível perceber que existem alguns motivos que interferem na capacidade de aprendizagem real dos estudantes que vão além da simples obtenção dos conceitos bom, médio ou regular nos resultados escolares, qualquer que seja a matéria estudada. Em particular, no caso da matemática observamos que estudantes que tem um bom desempenho escolar muitas vezes não são capazes de manter esse resultado quando são confrontados com problemas nos quais as ferramentas que devem ser utilizadas são aquelas desenvolvidas em seu percurso escolar, mas o questionamento proposto exige que os mesmos mobilizem e/ou disponibilizem esses conhecimentos.

Considerando a dificuldade acima, questionamos desde a licenciatura sobre quais seriam os motivos que dificultam a resolução de determinados problemas mesmo por

[1] aureoaribeiro@yahoo.com.br
[2] alvesdias@ig.com.br

estudantes que têm um percurso escolar sem apresentar dificuldades concretas em matemática.

A partir das reflexões acima nos questionamos sobre: Que níveis de problemas de matemática esperamos que nossos alunos sejam capazes de resolver quando trabalhamos com a noção intuitiva de conjunto?

Escolhemos trabalhar com a noção intuitiva de conjunto por tratar-se de um conteúdo matemático que acompanha os estudantes desde as primeiras séries do ensino fundamental, mas mesmo assim pudemos verificar que os mesmos têm grandes dificuldades em resolver questões em que esta noção aparece em um nível disponível nos remetendo à noção definida por A.Robert [ROBERT, 1997].

Na tentativa de encontrar meios de contornar estas dificuldades escolhemos como referencial teórico central para o nosso trabalho a noção de níveis de conhecimentos esperados dos estudantes segundo definição de A. Robert, que nos parecem bem adaptadas para a análise das dificuldades que apresentam nossos estudantes em relação à resolução de problemas, quando estes são apresentados em diferentes domínios e contextos ou se apresentam sob diferentes pontos de vista ou quando são utilizados diferentes registros de representação semiótica, e neste caso, principalmente quando é necessário um trabalho de conversão conforme a definição de R.Duval [DUVAL, 1995].

Sendo assim, nos colocamos inicialmente as seguintes questões:

1) Nas diferentes etapas da escolaridade, que nível de conhecimentos em matemática, segundo A Robert, em particular para a noção intuitiva de conjuntos, esperamos de nossos alunos?
2) Que tipos de discursos técnico, tecnológico e teórico (segundo Chevallard) [CHEVALLARD,1992] são utilizados para explicitar o trabalho matemático?
3) Que meios desconhecidos (segundo Polya) [POLYA, 1997] são desenvolvidos para ensinar a noção intuitiva de conjunto?
4) Se existe um trabalho de conversão dos diferentes registros de representação semiótica ou se esse trabalho fica totalmente a cargo dos estudantes?

Na tentativa de responder a estas questões propusemos a seguinte metodologia.

Referencial teórico:

Nos apoiamos principalmente nas teorias de Y. Chevallard (1992), nas definições de R. Duval (1995), no trabalho desenvolvido por P. R. Halmos (2001), nos métodos de G. Polya (1997) e nas abordagens de A. Robert (1997).

A abordagem teórica dos três níveis de conhecimento (nível técnico, mobilizável e disponível) esperados dos estudantes será fundamentada na definição de A. Robert.

O **nível técnico** corresponde a um trabalho único e simples. Está relacionado principalmente às definições utilizadas em uma determinada tarefa.

Exemplo:

Usando dois conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} e B = {a, b, c, d , e, f} obter todos os pares ordenados dos elementos de A e B, tomados dois a dois.

Resp.:
(1,a),(1,b),(1,c),(1,d),(1,e),(1,f),(2,a),(2,b),(2,c),(2,d),(2,e),(2,f),(3,a),(3,b),(3,c),(3,d), (3,e),(3,f),(4,a),(4,b),(4,c),(4,d), (4,e), (4,f), (5,a), (5,b),(5,c),(5,d),(5,e),(5,f),(6,a),(6,b), (6,c),(6,d),(6,e),(6,f) }.

O **nível mobilizável** corresponde a um início de justaposição de saberes de um certo domínio, vários métodos podem ser mobilizados. Se um saber é identificado, ele é considerado mobilizado se ele é acessível, isto é, se o estudante o utiliza corretamente. Um aluno consegue mobilizar os conhecimentos de desigualdade. No exemplo dado ele consegue fazer um relacionamento entre duas formas de representação de conjuntos.

Ex.: Dado o conjunto $A = \{ x \in N / 2 \leq x < 5 \}$, faça sua representação onde aparecem todos os elementos desse conjunto.
Resposta: $A= \{ 2, 3, 4 \}$

O **nível disponível** corresponde em saber responder corretamente o que é proposto sem indicações, de poder, por exemplo, dar contra-exemplos (encontrar ou criar), fazer relações, aplicar métodos não previstos.

Este nível de conhecimento está associado ao conhecimento de referência variadas que o estudante conhece, servem de questionamentos e de organização. Podendo funcionar para um único problema ou possibilitando fazer resumos.

Exemplo:

Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4\}$, classificar em V ou F cada sentença abaixo e justificar:

a) $A \subset B$

b) $A \subset C$

c) $C = D$

d) $D \supset B$

f) $A \not\subset C$

Em relação aos diferentes níveis de conhecimento exigidos, consideramos importantes as tarefas definidas abaixo:

*O nível de conhecimento pedido no exercício;

*Os registros e representações dadas no enunciado;

*O quadro em que a tarefa é enunciada;

*Os tipos de representação exigidos na solução do exercício;

*Que níveis de conhecimento são necessários para a execução do exercício.

Metodologia:

Nesta pesquisa cruzamos as seguintes abordagens:

1) Uma análise preliminar dos níveis de conhecimentos esperados dos estudantes. Nesta análise procuramos estabelecer os diferentes tipos de tarefas e práticas que intervém no ensino da noção intuitiva de conjuntos ressaltando as necessidades de articulação entre domínios, registros de representações semióticas, contextos e pontos de vista para que os estudantes possam trabalhar em um nível disponível às noções associadas ao domínio particular em estudo.

2) Uma análise da forma como o trabalho matemático é gerado institucionalmente através da pesquisa de livros didáticos, softwares e endereços eletrônico, em que observaremos as regularidades e diferenças nos trabalhos existentes.

3) Um estudo do nível de conhecimento desenvolvido pelos estudantes através de um teste diagnóstico com alunos ingressantes na universidade.

Resultados encontrados:

Da **análise matemática**, obtivemos estes resultados:

- Uma organização simples quando trabalhamos com a introdução da noção intuitiva de conjuntos no ensino médio, pois nenhuma articulação é feita com a lógica proposicional que, em geral, é introduzida num capítulo anterior ao da introdução da noção de conjunto.
- Um desenvolvimento histórico que coloca em evidência o caráter puramente intuitivo desta noção que só poderá ser realmente compreendido do ponto de vista matemático através da evolução da lógica em que a teoria dos conjuntos e tratada formalmente e, conseqüentemente, é nesse momento que as articulações entre a teoria de conjuntos e a lógica, podem ser realmente trabalhadas. Aqui, podemos ressaltar o trabalho de Halmos [HALMOS, 2001] que em seu livro "Teoria ingênua dos conjuntos" coloca em evidência a complexidade das noções em jogo.

A **análise das tarefas e práticas** nos mostrou que:

- O espaço de trabalho do nível disponível está mais associado à aplicação da noção intuitiva de conjunto, suas operações e relações, nas outras disciplinas do ensino médio, uma vez que não trabalhamos com o conceito matemático de conjunto tal como foi desenvolvido em teoria dos conjuntos. Trata-se de um conteúdo, no ensino médio e para alguns cursos mesmo no ensino superior brasileiro é desenvolvido na sua forma mais rudimentar, isto é, as definições estão mais associadas às aplicações possíveis.

A **análise das tarefas e práticas exigidas no ensino médio** mostrou que:

- O espaço para desenvolver o nível disponível em relação à noção de conjunto propriamente dita é muito limitado, alguns livros apresentam questões de aplicação da noção intuitiva de conjunto, suas operações e relações relacionadas com as disciplinas de biologia, estatística, mas a articulação entre essas noções e as questões de lógica não aparecem neste momento da escolaridade para a maioria dos livros didáticos brasileiros.
- O nível disponível é trabalhado mais em relação às aplicações possíveis tanto nos outros domínios da matemática como nas outras ciências.

A **análise do trabalho** desenvolvido pelos estudantes através de um teste experimental passado para os estudantes dos cursos de computação e informática entrando no primeiro ano da universidade mostrou que:

- Os estudantes são capazes de identificar conjuntos quando estes são definidos em extensão, mas sentem dificuldades quando os mesmos são definidos em compreensão principalmente quando é necessário mobilizar algum conhecimento relativo a propriedade matemática que define o conjunto.
- A conversão é simples no sentido de passagem da definição do conjunto por compreensão para extensão quando os estudantes mobilizam corretamente a propriedade matemática em jogo, mas a passagem da definição do conjunto por extensão para compreensão apresenta um alto grau de dificuldade.
- O trabalho com as operações e relações é o que apresenta maior dificuldade porque os estudantes, em geral, não dispõem das representações adequadas para trabalharem com determinadas tarefas. Essa dificuldade fica ainda mais acentuada quando a tarefa exige, mesmo que restrita, uma articulação entre a operação ou relação que está sendo trabalhada e as noções de lógica proposicional que deixam mais evidentes as definições que deverão ser aplicadas.

Referências bibliográficas:

[CHEVALLARD, 1992] Chevallard, Y., Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives □portes par une approche anthropologique, Recherches en didactique des mathématiques, vol.12-1, La Pensée Sauvage, Grenoble, 73-112, 1992.

[DUVAL, 1995] Duval, R., *Sémiosis et pensée humaine,* Perter Lang, Paris, 1995.
Enseigner autrement lés mathématiques en DEUG a prèmiere année. Brochures de la comission Inter IREM Université.1990.

[HALMOS, 2001] Halmos, P. R. *Teoria ingênua dos conjuntos*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2001.

[POLYA, 1997] Polya.G. Califórnia Mathematics Council Bulletin (v.7, nº 2). In.: KRULIK, Stephen, REYS, Robert E. A resolução de problemas na matemática escolar. São Paulo:Atual,1997.

[ROBERT, 1997] Robert,A. Quelques outils d'analyse épistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. Actes de la IX école d'ete de didactique dês mathématiques. Houlgate. França.1997.