

# Sumário

<b>Apresentação</b>	<b>xi</b>
<b>Introdução</b>	<b>xiii</b>
<b>1. Introdução às distribuições</b>	<b>1</b>
1.1. Definições e propriedades básicas . . . . .	1
1.2. Distribuições singulares . . . . .	5
1.2.1. Pseudofunções . . . . .	7
1.2.2. Fórmulas de Plemelj-Sochozki . . . . .	13
1.3. Algumas operações com distribuições . . . . .	15
1.4. Derivada de distribuições . . . . .	23
1.4.1. Derivada de funções com descontinuidade de salto	25
1.5. Primitiva de uma distribuição . . . . .	32
1.6. Produto de distribuições . . . . .	34
1.6.1. Produto direto de distribuições . . . . .	34
1.6.2. Produto de convolução de distribuições . . . . .	34
1.7. Transformadas de Fourier . . . . .	39
1.8. Transformadas de Laplace . . . . .	46
1.9. Distribuições periódicas . . . . .	47
1.10. Exercícios . . . . .	52
<b>2. Funções de Green</b>	<b>55</b>
2.1. Funções de Green unidimensionais . . . . .	55
2.1.1. Motivações . . . . .	55
2.1.2. Função de Green para EDO linear autoadjunta .	65
2.1.3. Função de Green para EDO linear arbitrária . .	70
2.1.4. Expansão em autofunções para a função de Green	74
2.2. Distribuições e soluções fundamentais . . . . .	76
2.2.1. Solução fundamental da equação de Laplace . . .	78
2.2.2. Solução fundamental da equação do calor . . . .	79
2.2.3. Solução fundamental da equação de onda . . . .	80
2.2.4. Método de descenso . . . . .	81

2.3.	Funções de Green multidimensionais . . . . .	84
2.4.	Função de Green para o laplaciano . . . . .	89
2.5.	Função de Green para a equação do calor . . . . .	95
2.6.	Função de Green para a equação de onda . . . . .	104
2.7.	Exercícios . . . . .	110
<b>3.</b>	<b>Equações integrais</b>	<b>115</b>
3.1.	Introdução aos operadores em espaços de Hilbert . . . . .	118
3.1.1.	Espaços de Hilbert . . . . .	118
3.1.2.	Operadores em espaços de Hilbert . . . . .	128
3.2.	Equações integrais . . . . .	134
3.3.	Equações integrais de Volterra . . . . .	139
3.3.1.	Método dos núcleos iterados . . . . .	140
3.3.2.	Método das aproximações sucessivas . . . . .	144
3.3.3.	Método da transformada de Laplace . . . . .	146
3.4.	Equações integrais de Fredholm . . . . .	148
3.4.1.	Método dos determinantes de Fredholm . . . . .	148
3.4.2.	Método dos núcleos iterados . . . . .	153
3.4.3.	Núcleos degenerados . . . . .	159
3.4.4.	Núcleo simétrico ou hermitiano . . . . .	162
3.4.5.	Alternativa de Fredholm . . . . .	167
3.5.	Exercícios . . . . .	169
<b>4.</b>	<b>Teoria de grupos</b>	<b>175</b>
4.1.	Generalidades . . . . .	175
4.2.	Grupos de transformações . . . . .	182
4.2.1.	Grupos clássicos . . . . .	184
4.3.	Representação de grupos . . . . .	190
4.4.	Exercícios . . . . .	193
<b>5.</b>	<b>Grupos e álgebras de Lie</b>	<b>195</b>
5.1.	Grupos de Lie . . . . .	195
5.2.	Grupos de transformações: A ação de grupos de Lie sobre variedades . . . . .	199
5.3.	Álgebras de Lie . . . . .	201
5.4.	Constantes de estrutura . . . . .	208
5.5.	Subgrupos uniparamétricos . . . . .	210
5.6.	Representação adjunta . . . . .	217
5.7.	Subálgebras e ideais . . . . .	220
5.8.	Exercícios . . . . .	223

<b>6. Grupos de transformações e equações diferenciais</b>	<b>225</b>
6.1. Grupo de transformações . . . . .	226
6.1.1. Transformações uniparamétricas infinitesimais . . . . .	228
6.1.2. O gerador de transformações . . . . .	230
6.2. Funções invariantes e sistemas característicos . . . . .	235
6.3. Prolongação do gerador . . . . .	239
6.4. Integração de uma EDO de primeira ordem invariante por uma simetria . . . . .	241
6.5. EDO de ordem superior . . . . .	246
6.6. Generalização para várias variáveis . . . . .	257
6.6.1. Espaço de jatos . . . . .	262
6.7. Prolongação de grupos e geradores no espaço de jatos . . . . .	265
6.8. Fórmulas de prolongação . . . . .	269
6.9. Simetrias de um sistema de EDOs . . . . .	275
6.10. Simetrias de uma EDP . . . . .	280
6.11. Simetrias e redução de ordem . . . . .	285
6.12. Exercícios . . . . .	293
<b>7. Cálculo variacional</b>	<b>295</b>
7.1. Noções básicas sobre funcionais . . . . .	296
7.2. Derivada funcional . . . . .	300
7.3. Equação de Euler-Lagrange . . . . .	306
7.4. Simetrias variacionais . . . . .	315
7.5. Redução de ordem . . . . .	320
7.6. Teorema de Noether . . . . .	323
7.6.1. Leis de conservação . . . . .	323
7.6.2. Demonstração do teorema de Noether . . . . .	326
7.6.3. Simetria divergencial . . . . .	333
7.7. Exercícios . . . . .	335
<b>A. Variedades</b>	<b>339</b>
A.1. Definição de uma variedade . . . . .	339
A.2. Vetores tangentes e campos vetoriais em uma variedade . . . . .	344
<b>B. Respostas e/ou sugestões</b>	<b>349</b>
<b>Referências bibliográficas</b>	<b>361</b>
<b>Índice remissivo</b>	<b>367</b>