

# Sumário

<b>Apresentação</b>	<b>xi</b>
<b>Introdução</b>	<b>xiii</b>
<b>1. Séries de Fourier</b>	<b>1</b>
1.1. Introdução . . . . .	1
1.1.1. Série de Fourier em intervalos arbitrários . . . . .	10
1.1.2. Série de Fourier na forma complexa . . . . .	12
1.2. Propriedades de paridade: Séries de senos e de cossenos	15
1.3. Alguns teoremas envolvendo SF . . . . .	20
1.3.1. Teorema de Fourier . . . . .	20
1.4. Convergência da série de Fourier . . . . .	28
1.5. Diferenciação e integração de uma SF . . . . .	35
1.6. Fenômeno de Gibbs . . . . .	40
1.7. Método de Fejér . . . . .	43
1.7.1. Teorema da aproximação de Weierstrass . . . . .	47
1.8. Séries de Fourier generalizadas . . . . .	48
1.9. Série de Fourier-Bessel . . . . .	53
1.9.1. O caso $0 \leq x \leq a$ . . . . .	53
1.9.2. O caso $a \leq x \leq b$ , com $a > 0$ . . . . .	60
1.10. Exercícios . . . . .	63
<b>2. Função delta de Dirac</b>	<b>69</b>
2.1. Motivação . . . . .	69
2.2. Função delta de Dirac . . . . .	72
2.2.1. Translação . . . . .	75
2.2.2. Mudança de escala e reflexão . . . . .	76
2.2.3. Multiplicação por uma função . . . . .	77
2.2.4. Argumento funcional . . . . .	77

2.2.5.	Derivada . . . . .	80
2.2.6.	Primitiva . . . . .	81
2.3.	Expansão em série da função delta . . . . .	82
2.4.	Descontinuidade de salto: Derivadas . . . . .	84
2.5.	Exercícios . . . . .	86
<b>3.</b>	<b>Transformada de Fourier</b>	<b>87</b>
3.1.	Motivação: Da série para a integral . . . . .	87
3.2.	A transformada de Fourier . . . . .	89
3.2.1.	Transformada de Fourier da função delta de Dirac	95
3.2.2.	Propriedades da transformada de Fourier . . . . .	96
3.3.	Transformadas seno e cosseno de Fourier . . . . .	107
3.4.	Dimensões superiores . . . . .	109
3.5.	Amostragem e a TF discreta no tempo . . . . .	111
3.6.	Transformada de Fourier discreta . . . . .	116
3.7.	Exercícios . . . . .	119
<b>4.</b>	<b>Transformada de Laplace</b>	<b>123</b>
4.1.	Transformada de Laplace . . . . .	123
4.1.1.	Propriedades da transformada de Laplace . . . . .	125
4.2.	Transformada inversa . . . . .	128
4.3.	Propriedades adicionais . . . . .	135
4.3.1.	Transformada de Laplace da função delta de Dirac	137
4.3.2.	Transformada de Laplace de funções com descon- tinuidade de salto . . . . .	140
4.4.	Exercícios . . . . .	142
<b>5.</b>	<b>Outras transformadas integrais</b>	<b>147</b>
5.1.	Transformada de Hankel . . . . .	147
5.1.1.	Motivação . . . . .	148
5.1.2.	Transformada de Hankel de ordem $\mu$ . . . . .	150
5.2.	Transformada de Mellin . . . . .	153
5.2.1.	Aplicação: Núcleos de Fourier . . . . .	158
5.3.	Exercícios . . . . .	161
<b>6.</b>	<b>Equações diferenciais parciais</b>	<b>163</b>
6.1.	Generalidades . . . . .	163

6.2.	EDP quase linear de primeira ordem . . . . .	167
6.2.1.	Método de Lagrange-Charpit . . . . .	173
6.3.	EDPs lineares de segunda ordem: Classificação . . . . .	175
6.4.	O problema de Cauchy . . . . .	183
6.4.1.	O problema de Cauchy para a equação de onda . . . . .	185
6.4.2.	Método de Riemann . . . . .	195
6.4.3.	Ondas esféricas . . . . .	201
6.5.	Método de separação de variáveis . . . . .	204
6.5.1.	Separação de variáveis na equação do calor . . . . .	205
6.5.2.	Separação de variáveis na equação de onda . . . . .	209
6.5.3.	Separação de variáveis na equação do telegrafista . . . . .	212
6.5.4.	Separação de variáveis em dimensões superiores . . . . .	215
6.6.	Os problemas de Dirichlet e Neumann . . . . .	227
6.6.1.	Problema de Dirichlet no retângulo . . . . .	228
6.6.2.	Problema de Dirichlet no círculo . . . . .	230
6.6.3.	Problema de Dirichlet no anel circular . . . . .	232
6.6.4.	Problema de Neumann no círculo . . . . .	232
6.6.5.	Problema de Dirichlet no cilindro . . . . .	234
6.7.	Expansão em série de autofunções . . . . .	236
6.7.1.	Problema de Neumann no retângulo . . . . .	237
6.7.2.	Equação do calor com fronteira variável . . . . .	239
6.8.	Harmônicos esféricos . . . . .	242
6.9.	Transformadas integrais em EDPs . . . . .	251
6.9.1.	Transformada de Laplace . . . . .	251
6.9.2.	Transformada de Fourier . . . . .	262
6.9.3.	Transformadas de Laplace e de Fourier . . . . .	269
6.9.4.	Transformada de Hankel . . . . .	273
6.9.5.	Transformada de Mellin . . . . .	275
6.9.6.	Uma transformada arbitrária . . . . .	277
6.10.	Exercícios . . . . .	282
<b>A. Respostas e/ou sugestões</b>		<b>295</b>
<b>Referências bibliográficas</b>		<b>309</b>
<b>Índice remissivo</b>		<b>315</b>