MA-111 Cálculo I- 4a Lista (Derivadas)

1. Calcule, usando a definição, a derivada em 0 da função:

$$g(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x^2} & \text{se} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

2. Determine a reta que é tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ e é paralela à reta $y = 4x + 2$.

3. Calcule as derivadas das funções:

$a)\ f(x) = \operatorname{sen}(\log_\pi x)$	$b)\ f(x) = \operatorname{cosec} x$
$c)\ f(x) = \operatorname{cotg} x$	$d)\ f(x) = \operatorname{senh} x$
$e)\ f(x) = \cosh x$	$f)\ f(x) = \dfrac{x}{\operatorname{cosec} x}$
$g)\ f(x) = \dfrac{x + \operatorname{sen} x}{x - \cos x}$	$h)\ f(x) = x^2 \ln x + 2e^x$
$i)\ f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$	$j)\ f(x) = \operatorname{sen}(x^2)(\ln x)^2$

4. Verifique através de gráficos que se f for par então sua função derivada f' é ímpar. E se f for ímpar então sua função derivada f' é par.

5. Leia todos os exercícios e faça pelo menos os indicados abaixo.

4. Derive.

a) $y = xe^{3x}$

b) $y = e^x \cos 2x$

c) $y = e^{-x} \operatorname{sen} x$

d) $y = e^{-2t} \operatorname{sen} 3t$

e) $f(x) = e^{-x^2} + \ln(2x + 1)$

f) $g(t) = \dfrac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}$

g) $y = \dfrac{\cos 5x}{\operatorname{sen} 2x}$

h) $f(x) = (e^{-x} + e^{x^2})^3$

i) $y = t^3 e^{-3t}$

j) $g(x) = e^{x^2} \ln(1 + \sqrt{x})$

l) $y = (\operatorname{sen} 3x + \cos 2x)^3$

m) $y = \sqrt{e^x + e^{-x}}$

n) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

o) $y = \sqrt{x^2 + e^{\sqrt{x}}}$

p) $y = x \ln(2x + 1)$

q) $y = [\ln(x^2 + 1)]^3$

r) $y = \ln(\sec x + \operatorname{tg} x)$

s) $y = \cos^3 x^3$

t) $f(x) = \dfrac{\cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$

u) $f(t) = \dfrac{te^{2t}}{\ln(3t + 1)}$

5. Calcule a derivada segunda.

a) $y = \operatorname{sen} 5t$

b) $y = \cos 4t$

c) $x = \operatorname{sen} \omega t$, ω constante

d) $y = e^{-3x}$

e) $y = e^{-x^2}$

f) $y = \dfrac{e^x}{x + 1}$

g) $y = \ln(x^2 + 1)$

h) $y = \dfrac{x^2}{x - 1}$

i) $y = e^{-x} - e^{-2x}$

j) $y = e^{-x} \cos 2x$

l) $y = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

m) $y = \dfrac{3x + 1}{x^2 + x}$

n) $y = \dfrac{\operatorname{sen} 3x}{e^x}$

o) $y = xe^{-2x}$

p) $y = \operatorname{sen}(\cos x)$

q) $f(x) = \dfrac{4x + 5}{x^2 - 1}$

r) $y = xe^{\frac{1}{x}}$

s) $y = \dfrac{x^2}{x^2 + x + 1}$

t) $g(t) = \sqrt{t^2 + 3}$

u) $y = x\sqrt[3]{x + 2}$

6. Seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável e seja f dada por $f(x) = x\,g(x^2)$. Verifique que

$$f'(x) = g(x^2) + 2x^2 g'(x^2).$$

7. Seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável e seja f dada por $f(x) = x\,g(x^2)$. Calcule $f'(1)$ su $g(1) = 4$ e $g'(1) = 2$.

8. Seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ diferenciável tal que $g(1) = 2$ e $g'(1) = 3$. Calcule $f'(0)$, sendo f dada por $f(x) = e^x g(3x + 1)$.

6. Calcule as derivadas das funções

   a) $y = (x+2)^x$

   b) $y = (1+e^x)^{x^2}$

   c) $y = (4 + \operatorname{sen} 3x)^x$

   d) $y = (x+3)^{x^2}$

   e) $y = (3+\pi)^{x^2}$

   f) $y = (x^2+1)^\pi$

7. A função $y = f(x)$, $y > 0$ é dada implicitamente por $x^2 + 4y^2 = 2$. determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 1.

8. A reta tangente à curva $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ no ponto (x_0, y_0) no primeiro quadrante intercepta os eixos $0x$ e $0y$ nos pontos A e B, respectivamente. Mostre que a distância de A a B não depende de (x_0, y_0).

9. Um ponto P move-se sobre a parábola $y = 3x^2 - 2x$. Suponha que as coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ de P são deriváveis e que $x'(t) \neq 0$. Pergunta-se: em que ponto da parábola a velocidade da ordenada $y(t)$ é o triplo da velocidade da abscissa x de P?

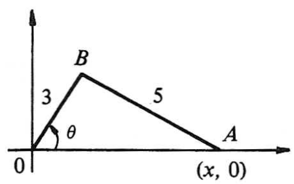
10. Um ponto move-se ao longo do gráfico de $y = \dfrac{1}{x^2+1}$ de tal modo que sua abscissa x varia a uma velocidade de constante de $5m/s$. Qual a velocidade de y no instante em que $x = 10m$?

11. Um ponto move-se sobre a semicircunferência $x^2 + y^2 = 5$, com $y \geq 0$. Suponha que $x' > 0$. Determine o ponto da curva onde a velocidade de y é o dobro da velocidade de x.

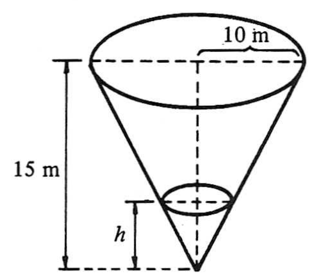
12. Uma escada de 8 m está encostada em uma parede. Se a extremidade inferior da escada for afastada do pé da parede a uma velocidade constante de $2m/s$, com que velocidade a extremidade superior estará descendo no instante em que a inferior estiver a 3 m da parede?

13. .

17. Suponha que os comprimentos dos segmentos AB e $0B$ sejam, respectivamente, 5 cm e 3 cm. Suponha, ainda, que θ esteja variando a uma taxa constante de $\frac{1}{2}$ rd/s. Determine a velocidade de A, quando $\theta = \frac{\pi}{2}$ rd.



18. Enche-se um reservatório, cuja forma é a de um cone circular reto, de água a uma taxa de 0,1 m^3/s. O vértice está a 15 m do topo e o raio do topo é de 10 m. Com que velocidad~~e o~~ nível h da água está subindo no instante em que $h = 5$ m.



19. O ponto $P = (x, y)$ está fixo à roda de raio 1 m, que rola, sem escorregamento, sobre o eixo $0x$. O ângulo θ está variando a uma taxa constante de 1 rd/s. Expresse as velocidades da abscissa e da ordenada de P em função de θ.