DM–IMECC–UNICAMP – Cálculo III - MA311 - T. Z
Prof. Marcelo M. Santos – **2a. chamada, 05/12/2011**

Aluno: ______________________________ RA: ____________

Assinatura - igual à do RG: ___________________________________

Tempo de prova: 100min. Justifique sucintamente todas as suas afirmações. É proibido o uso de qualquer equipamento eletrônico; em particular do celular ou calculadora. Desligue o celular! Não destaque o grampo da prova.

Questão 1. a) (1,0 ponto) Resolva a equação

$$x^3y' + 4x^2y = \mathrm{e}^{-x}.$$

b) (1,5) Encontre um fator integrante para a equação

$(3x + \frac{6}{y})dx + (\frac{x^2}{y} + 3\frac{y}{x})dy = 0$ da forma $\mu(x, y) = \varphi(xy)$.

2. a) (1,0) Resolva a equação

$$y'' + 2y' + 2y = 0.$$

b) (1,5) Resolva o problema de valor inicial

$$y'' + 2y' + 2y = \delta(t - \pi/2), \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0.$$

3. a) (1,5) Resolva o sistema

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{x},$$

usando autovalores e autovetores.

b) (1,5) Ache uma solução particular do sistema

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} t^{-3} \\ -t^{-2} \end{pmatrix},$$

pelo método de variação dos parâmetros.

4. a) (1,0) Dados $b_0 = 1$ e $b_{k+1} = \dfrac{2k-1}{2k+1} b_k$ para $k = 1, 2, \cdots$, mostre que a série de potências $\sum_{k=0}^{\infty} b_k x^{2k}$ diverge se $|x| > 1$ (qualquer que seja x com $|x| > 1$).

b) (1,5) Resolva o pvi para a *equação de Legendre*:

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

(*Dica*: procure a solução em série de potências.)

5. a) (1,5) Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$ para $0 < x < \pi$, par e periódica com período 2π. Calcule a série de Fourier de f (com período 2π).

b) (1,0) Dadas as funções $u_n(x,t) = \mathrm{e}^{-n^2 t} \cos nx$, $n = 0, 1, 2, \cdots$, resolva o problema de valor inicial e de contorno para a equação do calor com as extremidades isoladas:

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u_x(0,t) = u_x(\pi,t) = 0, & t > 0 \\ u(x,0) = x, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

(*Note que cada u_n já satisfaz a equação do calor junto com a condição de contorno.*)

Não esqueça de justificar todas as suas afirmações.

Boa prova.