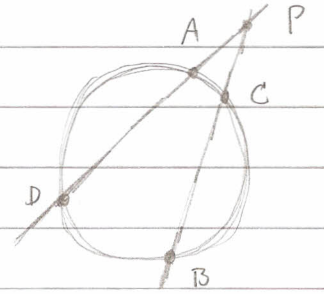
Teorema da Potência de um Ponto:

Dado um ponto P e uma circunferência, passe duas linhas pelo ponto P que interceptem a circunferência nos pontos A e D, e nos pontos B e C respectivamente. Então $AP \cdot DP = BP \cdot CD$.

Obs. O produto depende apenas de P e da circunferência, e é chamado "potência de P em relação à circunferência".



Demonstração:

ABP e CDP são triângulos semelhantes. Então temos

$$\frac{AP}{CP} = \frac{BP}{DP},$$

o que é o mesmo que foi constatado no enunciado do teorema. ■

— || —

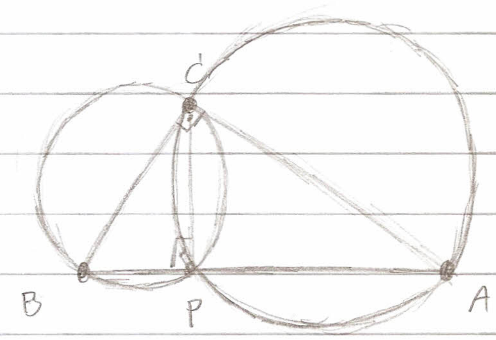
Considere o triângulo ABC, retângulo em C. Trace a altura de C até a hipotenusa, denote por P o ponto de intercessão.

Os ângulos $C\hat{P}B$ e $C\hat{P}A$ são retângulos, então o ponto P pertence a circunferências de diâmetros BC e CA. Portanto a intercessão das duas circunferências com os segmentos BC e CA formando ângulo reto coincidem no ponto P, e P pertence a AB.

Seja $x = BP$ e $y = PA$, e a, b, c os comprimentos de cada lado do triângulo ABC ($a = BC$ etc). Assim $x + y = c$.

Como o ângulo $B\hat{C}A$ é retângulo, BC é tangente a circunferência de diâmetro CA, e o Teo. da Potência de um Ponto diz que $a^2 = xc$. Analogamente, AC é tangente a circunferência de diâmetro BC e $b^2 = yc$. Somando, temos

$$a^2 + b^2 = xc + yc = c^2.$$



Fonte:
B.F. Yanney J.A. Calderhead
Am. Math Monthly v. 4 n. 1 (1897)
p. 11-12
Visto em
www.cut-the-knot.org/pythagoras

Fernando O. Cezarino RA 085855