2ª Prova

MA-311 - Noturno — Cálculo III

1º Semestre de 2012

Nome:	RA:
Assinatura:	Prof.:

Esta prova tem um total de 5 questões valendo 10 pontos. Para maximizar seu tempo procure não gastar em cada questão, em minutos, mais do que 10 vezes o seu valor em pontos. É essencial justificar detalhadamente todas as respostas.

Escreva suas respostas de forma clara e evite toda e qualquer rasura. Use o verso das páginas de questões para rascunho, se necessário.

NÃO DESTAQUE AS PÁGINAS DA PROVA!

1	2.0	
2	2.0	
3	1.5	
4	2.0	
5	2.5	
Total	10.0	

Não é permitido o uso de calculadoras!

1. (*2.0 pontos*) Resolva por transformada de Laplace o seguinte PVI:
$$y'' + 2y' + 2y = 2\delta(t-\pi)$$
onde $y(0) = 0$ e $y'(0) = 2$.

2. (*2.0 pontos*)
   (a) Expresse $f(t)$ utilizando funções degrau $u(t-a) = u_a(t)$:
   $$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ t^2 - 2t + 2 + e^t & t \geq 1 \end{cases}$$
   Dica: $e^t = e^{-1}e^{t-1}$
   (b) Utilizando a expressão da função $f(t)$ encontrada em (a) calcule a transformada de Laplace $\mathcal{L}\{f(t)\}$.

3. (*1.5 pontos*) Encontre a solução geral (real) do sistema linear homogêneo de e.d.o.'s $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$ usando o método de autovalores e autovetores onde
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

4. (*2.0 pontos*) Dado o sistema:
$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) \; + \; \begin{pmatrix} -3e^t \\ -6e^{2t} \end{pmatrix}$$
Encontre a solução geral (real) do sistema linear não-homogêneo utilizando o bf método de variação de parâmetros (indicando claramente a matriz fundamental), dado que a solução do homogêneo associado é:
$$\mathbf{x}(t) = c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} e^{4t} + c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$$

5. (*2.5 pontos*)
   (a) (0.8) Estude a convergência da sequência quando $n \to \infty$. Se convergir calcule o limite e se divergir justifique:
   $$\left(\frac{5n^3 - n^2 - 8}{6n^3 + 4n - 6} \right)$$
   (b) (0.8) Calcule a soma da série:
   $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n-1} + 7(2^n)}{6^n}.$$
   (c) (0.9) Verifique se a série converge condicionalmente, absolutamente ou diverge:
   $$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k!}{(2k)!}.$$