$2^{\underline{a}}$ Prova

MA-311 - Noturno — Cálculo III

$1^{\underline{o}}$ Semestre de 2011

Nome:	RA:
Assinatura:	Prof.:

Esta prova tem um total de 5 questões valendo 10 pontos. Para maximizar seu tempo procure não gastar em cada questão, em minutos, mais do que 10 vezes o seu valor em pontos. É essencial justificar detalhadamente todas as respostas.

Escreva suas respostas de forma clara e evite toda e qualquer rasura. Use o verso das páginas de questões para rascunho, se necessário.

NÃO DESTAQUE AS PÁGINAS DA PROVA!

1	2.0	
2	2.0	
3	2.0	
4	1.5	
5	2.5	
Total	10.0	

Não é permitido o uso de calculadoras!

1. (*2.0 pontos*) Resolva por transformada de Laplace o seguinte PVI:

$$y'' + 2y' + 5y = 2\delta(t - \pi)$$

onde $y(0) = 1$ e $y'(0) = 0$.

2. (*2.0 pontos*)

   (a) Usar a formula $\mathcal{L}\{\int_0^t f(\tau)d\tau\} = F(s)/s$ (cf. tabela) para calcular a inversa da transformada de Laplace de

$$G(s) = \frac{1}{s(s^2 - 1)}.$$

   (b) Usar a propriedade de convolução para calcular a inversa da transformada de Laplace de:

$$F(s) = \frac{1}{(s + 1)(s + 2)}.$$

3. (*3.5 pontos*) Considere o sistema

$$\begin{cases} x_1' = \frac{-3}{2}x_1 + x_2 + 2\sqrt{t}\ e^{-t} \\ x_2' = \frac{-1}{4}x_1 + \frac{-1}{2}x_2 + e^{-t} \end{cases}$$

   (a) (2.0) Escreva a solução geral do sistema homogêneo associado na forma $\mathbf{x}(t) = \Psi(t)C$ onde $\Psi(t)$ é uma matriz 2×2 e $C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$.

   (b) (1.5) Resolva o sistema linear algébrico $\Psi(t)U'(t) = g(t)$ para $U(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}$ onde $g(t) = \begin{pmatrix} 2\sqrt{t}\ e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}$ e encontre uma solução particular do sistema.

4. (*2.5 pontos*)

   (a) (0.5) Estude a convergência da sequência quando $n \to \infty$. Se convergir calcule o limite e se divergir justifique:

$$(n)^{\frac{1}{n}}.$$

   (b) (1.0) Calcule a soma da série:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{3}\ \ 5^{n+1} + \pi 7^{n-2}}{8^{n-1}}.$$

   (c) (1.0) Verifique se a série converge condicionalmente, absolutamente ou diverge:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k!}{k^k}.$$