

DM-IMECC-UNICAMP – Geometria Analítica e Vetores - MA141 - T. P
Prof. Marcelo M. Santos – 1a. prova, 05/04/2012

Aluno: _____ RA: _____

Assinatura (idêntica à do RG): _____

Observações: *Tempo de prova: 100min. Justifique sucintamente todas as suas afirmações. Respostas sem justificativa não serão consideradas. É proibido o uso de qualquer equipamento eletrônico; em particular do celular ou calculadora. Desligar o celular!*

Questão 1. Seja A uma matriz quadrada (de ordem arbitrária) tal que $A^2 = 4A$.

a) (1,0 ponto) Pergunta-se: o determinante de A é nulo? A matriz A é invertível? Caso afirmativo, demonstre. Caso falso, dê um contra-exemplo (um exemplo em que o determinante não seja nulo ou que a matriz não seja invertível).

b) (1,0 ponto) Supondo que o determinante de A não seja nulo, determine a matriz A .

2. Seja A a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

a) (1,0) Usando o método de escalonamento de Gauss-Jordan, resolva simultaneamente os sistemas $AX = E_j$ para $j = 1, 2, 3$, onde

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } E_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Dê a forma escalonada reduzida da matriz A .

b) (1,0) Caso a matriz A seja invertível, exiba A^{-1} . Caso não seja, não esqueça a justificativa.

3.(2,0) Calcule o determinante da matriz $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1/2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 3/2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ usando operações elem

Indique cada operação feita, explicitando a mudança no valor do determinante, e exiba a forma escalonada reduzida de M .

4. (2,0) Sejam $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Resolva o sistema $AX = B$ usando a Regra de Cramer: $x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$, onde A_i é a matriz obtida de A substituindo a i -ésima coluna de A por B .

5. (2,0) Sejam V_1, V_2, V_3 os vetores do \mathbb{R}^3 : $(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$. Dados a_1, a_2, a_3 (arbitrários) tais que $|a_i| \leq 1$, determine o vetor unitário cujo ângulo com V_i seja $\arccos a_i, i = 1, 2, 3$.

Não esqueça de justificar todas as suas afirmações.

Boa prova.