1. (*2.0 pontos*) Encontre um fator integrante e resolva a equação dada

$$y\,dx + (2xy - e^{-2y})\,dy = 0.$$

2. (*2.0 pontos*) Resolva por transformadas de Laplace o seguinte PVI:

$$y'' + y = u_{\frac{\pi}{2}}(t) + 3\delta(t - \frac{3\pi}{2})$$
$$y(0) = y'(0) = 0.$$

3. (*2.0 pontos*) Encontre a **solução geral** do sistema linear não-homogêneo utilizando o método de variação de parâmetros:

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ e^{t} \end{pmatrix}$$

4. (*2.0 pontos*) Considere a equação diferencial:

$$(x^2 + 3)y'' - 7xy' + 16y = 0, \quad x > 0$$

   (a) (0.3) Mostre que $x = 0$ é ponto ordinário.

   (b) (1.0) Determine a fórmula de recorrência da solução em série da equação.

   (c) (0.7) Determine os quatro primeiros termos não nulos de cada uma das soluções linearmente independentes.

5. (*2.0 pontos*)

   (a) (0.2) Apresente a extensão par da função

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x < 1 \\ 1, & 1 \le x < 2, \\ 2, & 2 \le x < 3. \end{cases}$$

   e esboce o gráfico no intervalo $-3 < x < 3$.

   (b) (0.5) Encontre a série de Fourier da função acima e esboce o gráfico da série de Fourier no intervalo $-3 < x < 9$. (Sugestão: Use o Teorema de Convergência de Fourier)

   (c) (1.3) Usando separação de variáveis encontrar a solução da seguinte equação do calor. **Explique detalhadamente como se resolve o problema**

$$\begin{cases} 5u_t = u_{xx}, & 0 < x < 3, \ t > 0 \\ u_x(0,t) = 0, \ u_x(3,t) = 0, & t \ge 0 \\ u(x,0) = f(x), & 0 \le x \le 3 \end{cases}$$

   onde $f(x)$ está definida no item (a).