DM–IMECC–UNICAMP – Cálculo III - MA311 - T. Z
Prof. Marcelo M. Santos – **Exame - 2a. edição, 16/12/2010**
Aluno: ______________________________ RA: ____________
Assinatura (idêntica à do RG): ___________________________________

Observações: ***Tempo de prova: 100min. Justifique sucintamente todas as suas afirmações. É proibido o uso de qualquer equipamento eletrônico; em particular do celular ou calculadora. Desligue o celular! Não destaque o grampo da prova.***

1. a) (1,5 pontos) Resolva a equação $x^2y^3dx + x(1+y^2)dy = 0$, sabendo que $\mu = 1/xy^3$ é um fator integrante .

b) (0,5 pontos) Determine (sem resolver) o intervalo maximal onde a solução do PVI existe (ou seja, o domínio da solução do PVI)

$$(\ln t)y' + y = 1/(t-1), \quad y(2) = 0.$$

2. a) (1,0 ponto) Resolva a (ache a solução geral da) equação $y'' - 4y + 4y = 0$.

b) (1,0 ponto) Determine a forma de uma solução particular da *equação de Euler* $x^2y'' - 2xy' + 2y = g$, em termos da função g (sem especificar g), sabendo que a solução geral da equação homogênea associada é $y = c_1x + c_2x^2$. Dica: use o método de variação dos parâmetros.

3. a) (1,5 pontos) Resolva a *equação de Hermite* $y'' - 2xy' + 4y = 0$.
Dica: $y = a_0(1-2x^2) + a_1(x - \frac{1}{3}x^3 + \cdots)$.

b) (0,5 pontos) Qual o domínio (intervalo de convergência) da solução (de qualquer solução)? *Sugestão*: não tente usar testes de convergências de séries numéricas.

4. a) (2,0 pontos) Obtenha um conjunto fundamental de soluções (funções vetoriais L.I. que geram a solução geral) **pelo método de autovalores e autovetores** para o sistema de equações

$$\begin{cases} (x_1)' &= x_2 + x_3 \\ (x_2)' &= x_1 + x_3 \\ (x_3)' &= x_1 + x_2 \end{cases},$$

sabendo que os autovalores da matriz do sistema são $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = -1$, sendo este último de multiplicidade dois.

b) (1,0 ponto) Denotando a matriz do sistema por A e aplicando a transformada de Laplace às equações, transforme o sistema no sistema linear algébrico $(A-s)\mathcal{L}\{\mathbf{x}\} = \mathbf{c}$, onde $\mathcal{L}\{\mathbf{x}\} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}\{x_1\} \\ \mathcal{L}\{x_2\} \\ \mathcal{L}\{x_3\} \end{bmatrix}$ e $\mathbf{c}$ denota uma constante vetorial $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$.

5. a) (0,5 pontos) Sem calcular, responda: Quanto vale a série de Fourier da função $f(x) = \begin{cases} 0, & -L < x < 0 \\ L, & 0 < x < L \end{cases}$, periódica com período $2L$ ($L > 0$ qualquer), nos pontos $x = 0, L/2$ e $3L/2$? *Não se esqueça de justificar.*

b) (1,0 ponto) Calcule a série de Fourier de f.

c) (0,5 pontos) Determine a soma (o limite das somas parcias da série) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$.

6. (1,0 ponto) Determine a convergência ou divergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \mathrm{e}^{-n^3}$. Quanto vale o limite da sequência $\{n^2 \mathrm{e}^{-n^3}\}$?

BOA PROVA!