$0 = u(0,t) = \varphi(0)\psi(t) \Rightarrow \varphi(0) = 0$ ou $\psi(t) = 0,\ t > 0,$

$0 = u(5,t) = \varphi(5)\psi(t) \Rightarrow \varphi(5) = 0$ ou $\psi(t) = 0,\ t > 0.$

0,1

Como $\psi(t) = 0$ produz apenas a solução trivial $u \equiv 0$, resolvamos portanto

$$\begin{cases} \varphi''(x) - \lambda\varphi(x) = 0, & 0 < x < 5 \\ \varphi(0) = 0 = \varphi(5) \end{cases}.$$

A equação característica é $k^2 - \lambda = 0$ com raízes k_1 e k_2. Temos assim três possibilidades a analisar.

<u>1º caso:</u> $\lambda > 0$

Se $\lambda = \mu^2$ com $\mu > 0$, obtemos raízes reais distintas $k_1 = \mu$ e $k_2 = -\mu$. Logo, $\varphi(x) = Ae^{\mu x} + Be^{-\mu x}$, onde A e B são constantes é a solução geral.

0,1

Temos $0 = \varphi(0) = A + B \Rightarrow B = -A$, donde $\varphi(x) = A(e^{\mu x} - e^{-\mu x})$. Ademais, vale $0 = \varphi(5) = A(e^{5\mu} - e^{-5\mu}) \Rightarrow A = 0$. Assim, $\varphi(x) = 0$, $0 < x < 5$, de modo que temos apenas a solução trivial $u \equiv 0$.