

Neste Teste está implícito um plano de Hilbert (um plano de incidência com uma relação de ordem e com uma relação de congruência de segmentos e de ângulos, segundo o nosso livro-texto [Ha] (*Geometry: Euclid and Beyond*, de R. Hartshorne). A matéria deste Teste consiste da Seção 7 do nosso livro-texto [Hartshorne] ([Ha]) a partir do "Teorema da Barra" ("Crossbar theorem"); seções 8 e 9; Lista de Exercícios Pequena 4; os seguintes exercícios da Lista Grande 2: 4,5,6,8,12,15,16,17,19,24.

**Aluno:** \_\_\_\_\_ **RA:** \_\_\_\_\_

**1.** Justifique (demonstre) que a afirmação abaixo é falsa ou verdadeira.

**(a) (2,0 ponto)** Dado uma semirreta (qualquer)  $s = \vec{AB}$  com origem  $A$  numa reta  $r$  e  $B \notin r$ , temos que  $s - \{A\}$  está contida em um dos lados de (determinados por)  $r$ .

**(b) (2,0)** Dados um ângulo  $\alpha$  e uma semirreta  $\vec{AB}$ , existem 2 semirretas  $\vec{AC}$ ,  $\vec{AD}$  tais que  $B, A, C$  e  $B, A, D$  formam ângulos congruentes a  $\alpha$ .

**(c) (1,0)** O conjunto dos segmentos tem uma cota superior, ou seja, existe um segmento (de reta)  $S$  tal que  $T < S$  ou  $T \cong S$  para todo segmento  $T$ .

**2. (a) (3,0)** Dados ângulos congruentes  $\hat{BAC}$ ,  $\hat{B'A'C'}$  e uma semirreta  $\vec{AD}$  no interior de  $\hat{BAC}$ , mostre que existe uma semirreta no interior de  $\hat{B'A'C'}$  tal que  $\hat{DAC} \cong \hat{D'A'C'}$ .

**(b) (2,0)** Mostre que uma semirreta  $\vec{AD}$ , menos a sua origem  $A$ , está contida no interior de um ângulo  $\hat{BAC}$  se, e somente se,  $D$  é um ponto no interior de  $\hat{BAC}$ . ( $D$  é um ponto qualquer de  $\vec{AD} - \{A\}$ .)