

Aluno: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_

**Esta prova é sobre as listas de problemas propostos no Curso, a teoria vista constante nos livros-textos e os trabalhos realizados pelos Grupos.**

1. a) (1,0 ponto) Defina proporcionalidade.  
b) (1,0) Justifique (demonstre) a “regra de três”.  
c) (0,5) Mostre que toda porcentagem é uma proporcionalidade, i.e. se  $p\%$  é a porcentagem de uma grandeza  $x$  então a correspondência  $x \mapsto p\%$  de  $x$  é uma proporcionalidade.
2. Dado um triângulo  $ABC$  (qualquer), sejam  $M, N$  os pontos médios dos segmentos  $AB, AC$ , respectivamente.  
a) (1,5) Mostre que o segmento  $MN$  é paralelo ao segmento  $BC$  e tem comprimento igual à metade do segmento  $BC$ .  
b) (1,0) Mostre que a área do trapézio  $NMBC$  é igual a 3 vezes a área do triângulo  $AMN$ . Desenhe dentro do trapézio  $NMBC$  3 triângulos congruentes ao triângulo  $AMN$ .
3. (2,5) Sem usar derivadas (usando somente matéria a nível de Ensino Fundamental ou de Ensino Médio), calcule o valor máximo do produto  $xy$  quando a soma  $s = x + y$  é fixada.
4. (2,5) Use o Princípio de Cavalieri para mostrar que o volume do parabolóide de revolução de altura  $h$  é igual a  $\pi h^2/2$ . Em um plano cartesiano  $xyz$ , o parabolóide de revolução de altura  $h$ , é o sólido que se obtém pela rotação do segmento de altura  $h$  ( $0 \leq z \leq h$ ) da parábola  $z = y^2$  (situada no plano  $yz$ ) em torno do eixo  $z$ .

Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

**Boa Prova!**