

Nome: \_\_\_\_\_

RA: \_\_\_\_\_

Métodos Matemáticos II (F620/MS550) - Teste 3

20 de outubro de 2014

1. O objetivo deste exercício é calcular a integral

$$I = \int_0^{\infty} \frac{e^{is}}{s^{\nu}} ds,$$

onde  $0 < \nu < 1$ , através dos seguintes passos:

(a) (3 pontos) Usando o fato de que  $\frac{1}{s^{\nu}} = \frac{1}{(\nu-1)!} \mathcal{L}\{t^{\nu-1}\}(s)$ , mostre que

$$I = \frac{1}{(\nu-1)!} \int_0^{\infty} \frac{t^{\nu-1}}{t-i} dt.$$

(b) (4 pontos) Calcule esta integral pela técnica de resíduos (observe o ponto de ramificação).

(c) (2 pontos) Simplifique seu resultado e mostre que

$$\operatorname{Re}(I) = \frac{\pi}{2(\nu-1)! \cos(\pi\nu/2)} \quad \text{e} \quad \operatorname{Im}(I) = \frac{\pi}{2(\nu-1)! \operatorname{sen}(\pi\nu/2)}.$$

(d) (1 ponto) Calcule

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(s)}{s^{\nu}} ds \quad \text{e} \quad \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(s)}{s^{\nu}} ds,$$

onde  $0 < \nu < 1$ .