

Nome: _____

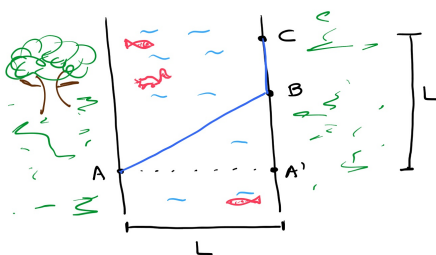
RA: _____

3ª Prova - MS 380, turma A

31 de maio de 2017

É proibido usar consulta ou calculadora. A posse de celular durante a prova será entendida como cola, independentemente do uso que estiver sendo feito dele. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. É terminantemente proibido desgrampear as folhas. Boa prova.

- (3 pontos) Um paciente é infectado por um certo vírus em $t = 0$, instante em que a população do vírus em seu corpo já começa a se expandir. Após uma pronta resposta de seu sistema imunológico, esse processo é contido e revertido. Suponha que a população de vírus em função do tempo é dada por $N(t) = t e^{1-t}$, onde t é expresso em dias e N em zilhões.
 - Segundo esse modelo, quanto tempo leva para que a população do vírus atinja seu valor máximo?
 - Qual é o valor máximo a que chega tal população?
 - Ainda segundo esse modelo, quanto tempo leva para que o paciente esteja completamente livre do vírus? Estime o tempo que demora até a população do vírus descer a 0,1% de seu valor máximo (a tabela no final da prova pode ser útil para isso).
 - Esboce o gráfico de N em função de t .
- (3 pontos) Uma pessoa no ponto A da margem de um rio tem que atravessá-lo para chegar ao ponto C da margem oposta (vide figura abaixo). A largura do rio é L e a distância ao longo do rio entre os pontos A' (obtido atravessando o rio perpendicularmente à sua margem) e C também é L . A figura abaixo mostra um possível caminho para isso, onde a pessoa sai do rio no ponto B . A velocidade da pessoa em terra é v e na água é $v/2$. Você pode, se quiser, trabalhar nas unidades em que $L = 1$ e $v = 1$. Determine a distância de B a C para que o tempo gasto seja mínimo.



continua na próxima página →

3. (2 pontos) As funções seno hiperbólico (\sinh), cosseno hiperbólico (\cosh) e tangente hiperbólica (\tanh) são definidas por

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{e} \quad \tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}.$$

Calcule as derivadas, com relação a x , de $\sinh(x)$, $\cosh(x)$ e $\tanh(x)$ e expresse os resultados em termos dessas três funções.

4. (2 pontos) Esboce o gráfico da função $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ explicitando seu pontos de máximo e mínimo (locais e globais), pontos de inflexão, intervalos de crescimento e decrescimento, concavidade e assíntotas.

Valores aproximados de e^{-x} para vários valores de x :

x	e^{-x}
0	1
1	0,367879
2	0,135335
3	0,0497871
4	0,0183156
5	0,00673795
6	0,00247875
7	0,000911882
8	0,000335463
9	0,00012341
10	0,0000453999
11	0,0000167017
12	0,000006144212
13	0,000002260329