

Nome: \_\_\_\_\_

RA: \_\_\_\_\_

4ª Prova - MS 380, turma A

28 de junho de 2017

É proibido usar consulta ou calculadora. A posse de celular durante a prova será entendida como cola, independentemente do uso que estiver sendo feito dele. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. É terminantemente proibido desgrampear as folhas. Boa prova.

1. (3 pontos) Um paciente é infectado por um certo vírus em  $t = 0$ , instante em que a população do vírus em seu corpo é zero e começa a se expandir. Após uma pronta resposta de seu sistema imunológico, esse processo é contido e revertido. Suponha que a **taxa de variação** da população do vírus em função do tempo é dada por

$$\frac{dN}{dt} = t(4 - t),$$

onde  $t$  é expresso em dias e a população do vírus,  $N(t)$ , é expressa em zilhões.

- (a) Segundo esse modelo, qual é a população do vírus 3 dias depois da infecção?
  - (b) Ainda segundo esse modelo, quanto tempo leva para que a população do vírus atinja seu valor máximo? Qual é esse valor?
  - (c) Finalmente, ainda segundo esse modelo, quanto tempo leva para que a população do vírus volte a chegar a zero?
2. (2 pontos) O valor médio  $\langle f \rangle$  de uma função real  $f$  no intervalo  $[a, b]$  é a quantidade

$$\langle f \rangle = \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x) dx,$$

quando a integral existe.

- (a) Calcule o valor médio da função  $f(x) = x e^{-x^2}$  no intervalo  $[0, 1]$ .
  - (b) *Item extra, valendo um ponto a mais na nota:* o que acontece quando calculamos o valor médio da função do item (a) em intervalos cada vez maiores, da forma  $[0, b]$ , com  $b \rightarrow \infty$ ?
3. (3 pontos) Seja  $R$  a região do do plano limitada pelas retas  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$ , e pelos gráficos de  $y = \sin(x)$  e  $y = \cos(x)$ . Faça um esboço da região  $R$  e calcule sua área.

4. (2 pontos) Calcule:

(a) A integral indefinida  $\int (1 + \sin t)^3 \cos(t) dt$ ;

(b) A integral definida  $\int_0^{\pi/2} (1 + \sin t)^3 \cos(t) dt$ .