

Nome: _____

RA: _____

1ª Prova - MS 380, turma A

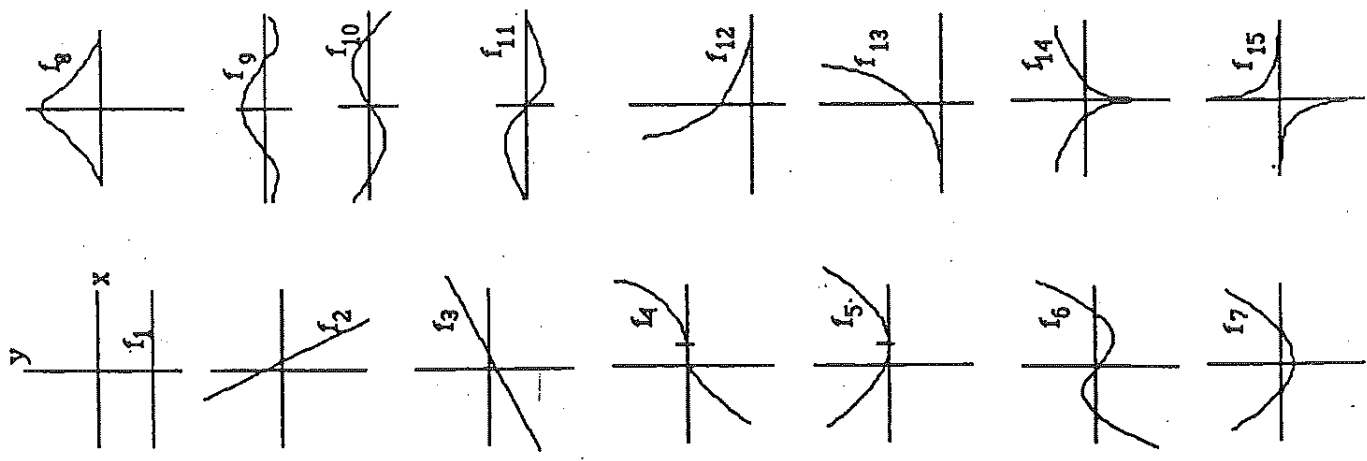
29 de março de 2017

É proibido usar consulta ou calculadora. A posse de celular durante a prova será entendida como cola, independentemente do uso que estiver sendo feito dele. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. É terminantemente proibido desgrampear as folhas. Boa prova.

1. (3 pontos) O dono de uma quitanda vende 80 quilogramas de um certo produto por dia, a um preço de 10 reais por quilograma. A cada aumento de 1 real no preço, ele deixa de vender 4 quilogramas do produto. Para quanto esse preço deve ser aumentado se ele deseja maximizar seu faturamento diário?
2. (2 pontos) Um paciente é infectado por um certo vírus em $t = 0$, instante em que a população do vírus em seu corpo já começa a se expandir. Após uma pronta resposta de seu sistema imunológico, esse processo é contido e revertido. Suponha que a população de vírus em função do tempo é dada por $N(t) = -t^4 + 4t^3$, onde t é expresso em dias e N em zilhões.
 - (a) Segundo esse modelo, quanto tempo leva para que o paciente esteja completamente livre do vírus?
 - (b) Ainda segundo esse modelo, quanto tempo leva para que a população do vírus atinja seu valor máximo?
 - (c) Qual é o valor máximo a que chega tal população?
 - (d) Esboce o gráfico de N em função de t .
3. (2 pontos) Calcule as derivadas das seguintes funções:
 - (a) $f(x) = \frac{x^7 + 3}{x + 2}$;
 - (b) $f(x) = \frac{x^{22}}{2} + \frac{2}{x^2}$;
 - (c) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x - 1}}$.
4. (3 pontos) Na próxima página mostramos, na figura 1, os gráficos das funções $f_1 - f_{15}$ e, na figura 2, os das suas derivadas $g_1 - g_{15}$, *mas numa ordem ainda a determinar*. Determine para cada $f_1 - f_{15}$ qual é sua derivada $g_1 - g_{15}$. Não é necessário justificar.

Match each function in Figure 1 ($f_1 - f_{15}$) with its derivative in Figure 2 ($g_1 - g_{15}$)

Differentiability



Answers

$f'_1 =$ _____

$f'_2 =$ _____

$f'_3 =$ _____

$f'_4 =$ _____

$f'_5 =$ _____

$f'_6 =$ _____

$f'_7 =$ _____

$f'_8 =$ _____

$f'_9 =$ _____

$f'_{10} =$ _____

$f'_{11} =$ _____

$f'_{12} =$ _____

$f'_{13} =$ _____

$f'_{14} =$ _____

$f'_{15} =$ _____

Figure 1

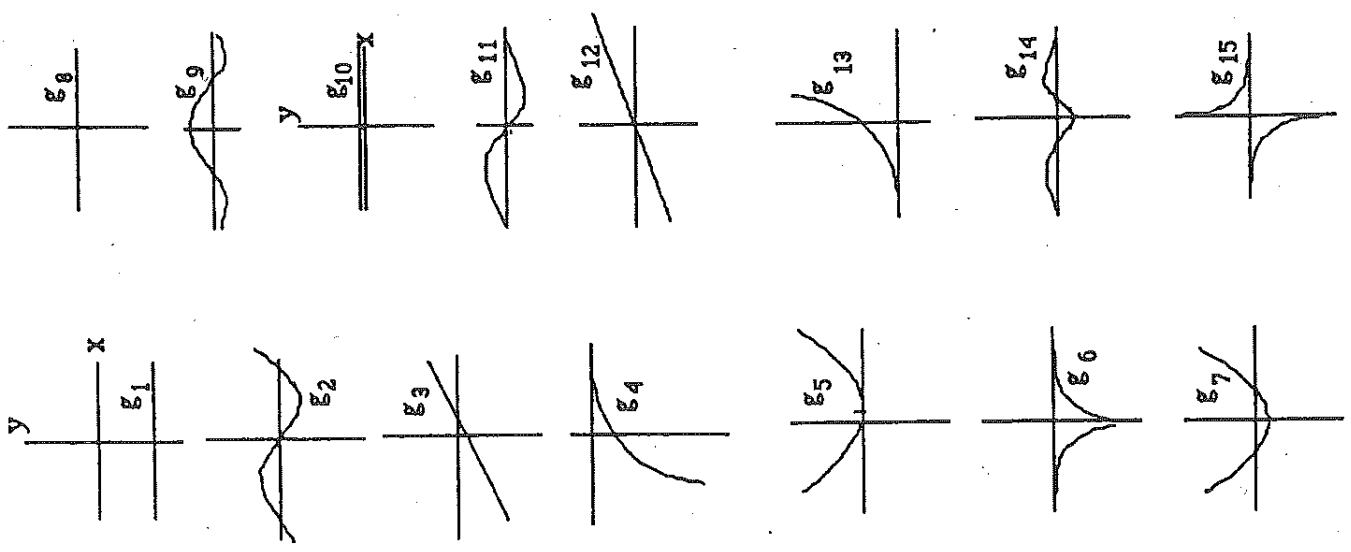


Figure 2

	Faturamento
Sem aumento	80×10
1 real de aumento	$(80 - 4) \times (10 + 1)$
2 reais " "	$(80 - 8) \times (10 + 2)$
3 reais " "	$(80 - 12) \times (10 + 3)$
⋮	⋮
x reais de aumento	$(80 - x \cdot 4) \times (10 + x)$

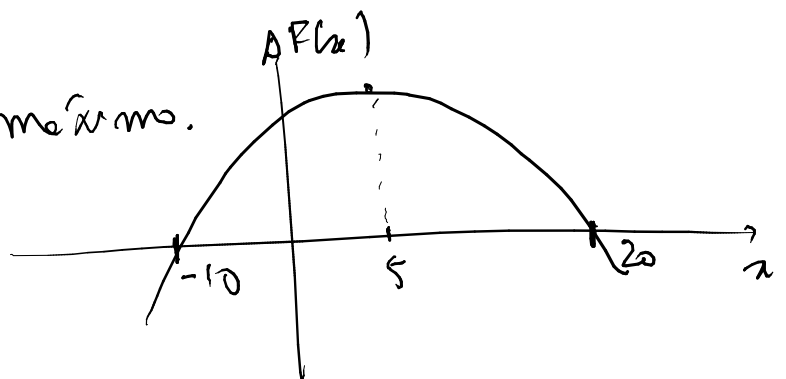
Assim, o faturamento F em função do aumento x é dada por

$$F(x) = (80 - 4x) \cdot (10 + x)$$

$$= -4x^2 + 40x + 800$$

Parábola com um máximo.

(boca para baixo)



$$F'(x) = -8x + 40$$

$$F'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{40}{8} = 5, \leftarrow \text{pt de máximo}$$

Assim ele deve aumentar esse preço por 15 reais

(2)

$$N(t) = -t^4 + 4t^3$$

$$(a) N(t) = 0 \Rightarrow t^3(-t + 4) = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ ou } t = 4 \rightarrow \boxed{4 \text{ dias}}$$

$$(b) N'(t) = -4t^3 + 12t^2$$

$$\text{Assim, } N'(t) = 0 \Rightarrow t^2(-4t + 12) = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ ou } t = \frac{12}{4} = 3$$

$$\Rightarrow \boxed{3 \text{ dias}}$$

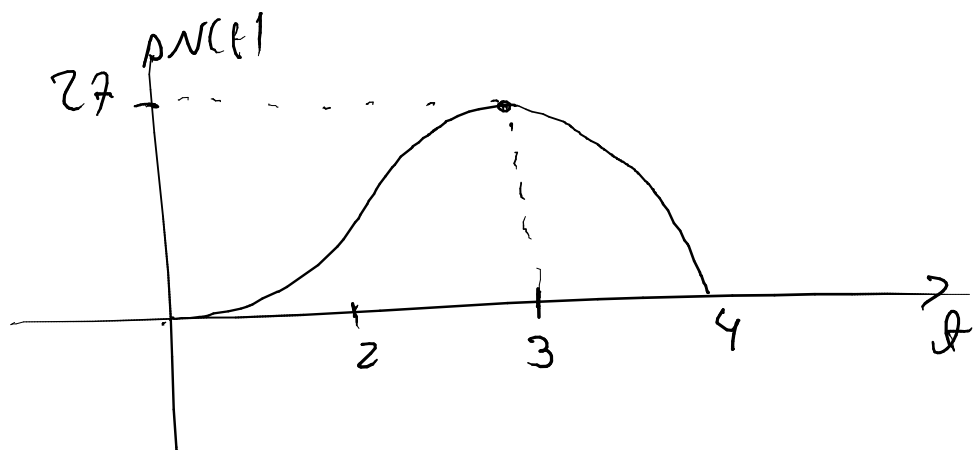
$$(c) \text{ Assim, } N(3) = -3^4 + 4 \cdot 3^3 =$$

$$= -81 + 4 \cdot 27 = -81 + 108$$

$$= 27.$$

$$\rightarrow \boxed{27 \text{ zilhões}}$$

(d)



$$(3) (a) f(x) = \frac{x^7 + 3}{x+2}$$

$$f'(x) = \frac{(7x^6)(x+2) - (x^7 + 3)(1)}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{7x^7 + 14x^6 - x^7 - 3}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{6x^7 + 14x^6 - 3}{(x+2)^2}$$

$$(b) f(x) = \frac{x^{22}}{2} + \frac{2}{x^2} = \frac{1}{2} x^{22} + 2x^{-2}$$

$$\rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 22 x^{21} + 2 \cdot (-2) x^{-3}$$

$$= 11x^{21} - \frac{4}{x^3}$$

$$(c) f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x-1}} = \left[x + (x-1)^{1/2} \right]^{1/2}$$

$$\rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \left[x + (x-1)^{1/2} \right]^{-1/2} \frac{d}{dx} \left[x + (x-1)^{1/2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[x + (x-1)^{1/2} \right]^{-1/2} \left[1 + \frac{1}{2} (x-1)^{-1/2} \right]$$

$$= \frac{1}{2 \sqrt{x + \sqrt{x-1}}} \left[1 + \frac{1}{2 \sqrt{x-1}} \right]$$

Differentiability

Match each function in Figure 1 ($f_1 - f_{15}$) with its derivative in Figure 2 ($g_1 - g_{15}$)

Matchup

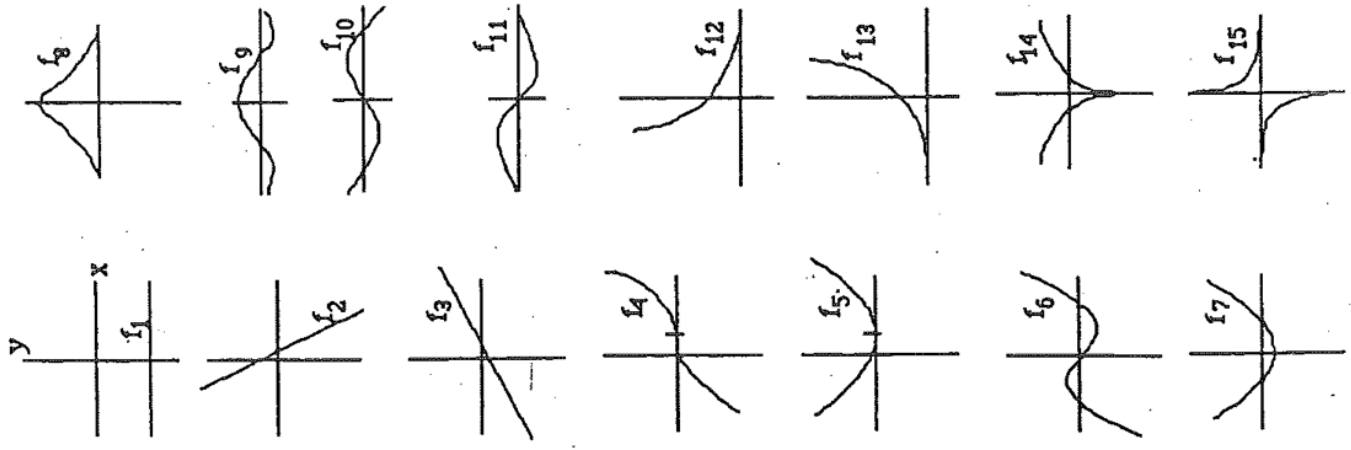


Figure 1

- Answers
- $f'_1 =$ _____
 - $f'_2 =$ _____
 - $f'_3 =$ _____
 - $f'_4 =$ _____
 - $f'_5 =$ _____
 - $f'_6 =$ _____
 - $f'_7 =$ _____
 - $f'_8 =$ _____
 - $f'_9 =$ _____
 - $f'_{10} =$ _____
 - $f'_{11} =$ _____
 - $f'_{12} =$ _____
 - $f'_{13} =$ _____
 - $f'_{14} =$ _____
 - $f'_{15} =$ _____

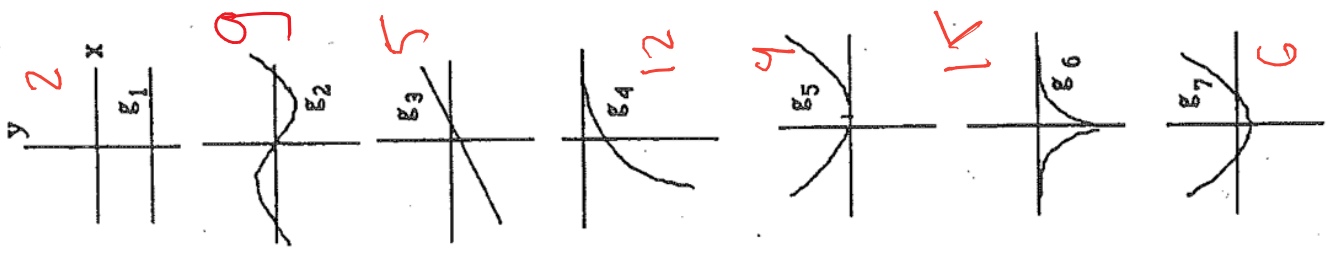
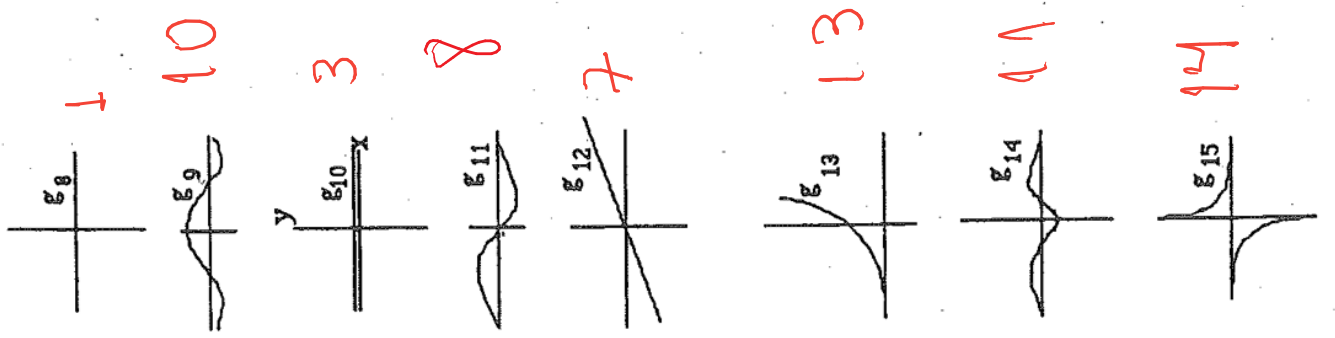


Figure 2



5