3. Considere a família de retas

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

a. Esboce o gráfico de alguns elementos dessa família, mantendo fixo o ponto (x_0, y_0) e fazendo m variar.

b. Esboce agora o gráfico de alguns elementos da mesma família de retas mantendo m e y_0 fixos.

4. Sem consultar o texto, apresente o conceito de função. Que é função injetora? Que é função bijetora? Quando é que uma função tem inversa? Que é função sobrejetora?

5. Apresente exemplo de uma função $f: I \to J$ que tenha inversa. Faça o gráfico de f e mostre como, a partir dele, se obtém o gráfico de f^{-1}.

6. Você é capaz de dar um exemplo de uma função que não é crescente nem decrescente, mas que possui inversa?

7. Considere um lago em forma de um disco circular cujo diâmetro mede 2 km. Uma pessoa pode contorná-lo andando a uma velocidade constante de 6 km/h, ou remar em um pequeno barco a uma velocidade fixa de 4,5 km/h.

a. Se esta pessoa deseja atingir um ponto na margem do lago diametralmente oposto ao ponto onde ela está, chegaria mais rápido andando ao longo da margem ou remando no pequeno barco?

b. Se esta mesma pessoa desejasse atingir um ponto que está a um quarto de círculo de sua posição atual, chegaria mais rápido andando pela margem ou remando em linha reta até atingir o ponto desejado?

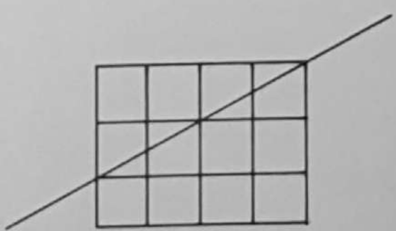
c. Existiria um ponto diferente daquele onde ela se encontra com relação ao qual não fizesse diferença remar ou andar, em termos do tempo despendido?

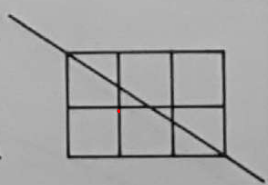
8. Duas retas L_1 e L_2 têm declividades m_1 e m_2, respectivamente. Elas são ditas *paralelas* quando $m_1 = m_2$ e *perpendiculares* se $m_1 m_2 = -1$. Considere a reta $y = -x + 5$ e o ponto $(1, 2)$.

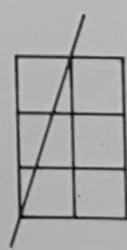
a. Encontre a reta que passa pelo referido ponto e é perpendicular à reta dada.

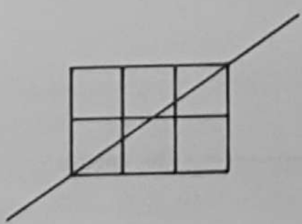
b. Determine a distância mínima d entre o ponto e a reta $y = -x + 5$.

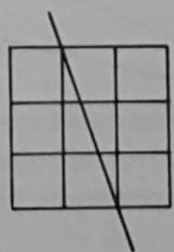
9. Nas figuras (a) a (f), determine a declividade da reta em cada caso.

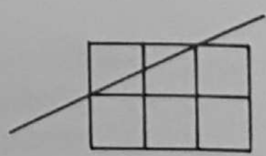
a.


b.


c.


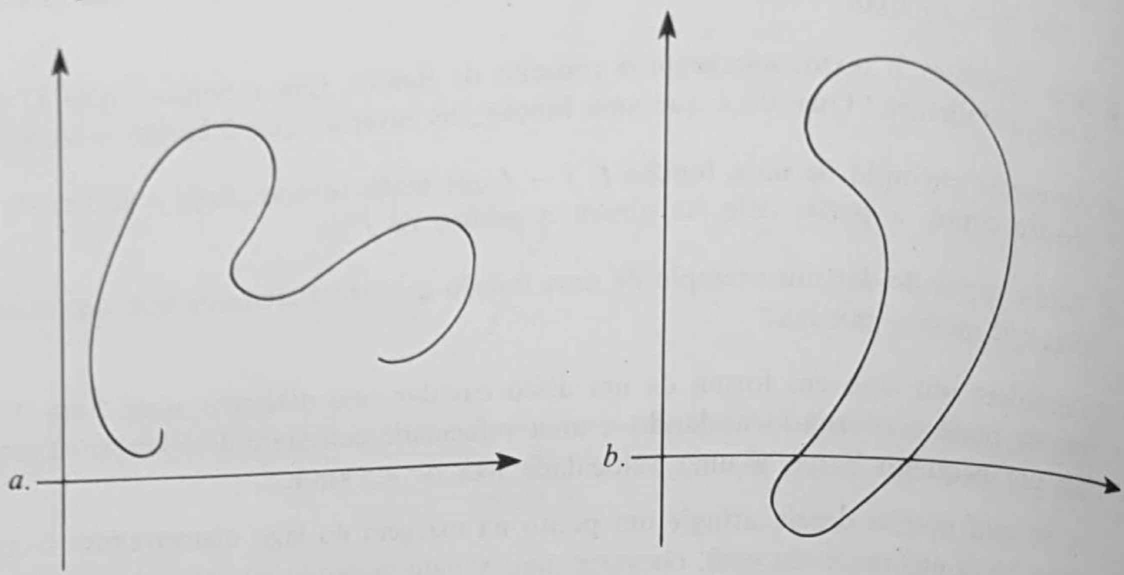
d.


e.


f.


10. Em cada uma das figuras (*a*) a (*f*) do exercício anterior, suponha que a origem do sistema de coordenadas é o canto inferior esquerdo de cada figura. Escreva a equação de cada reta.

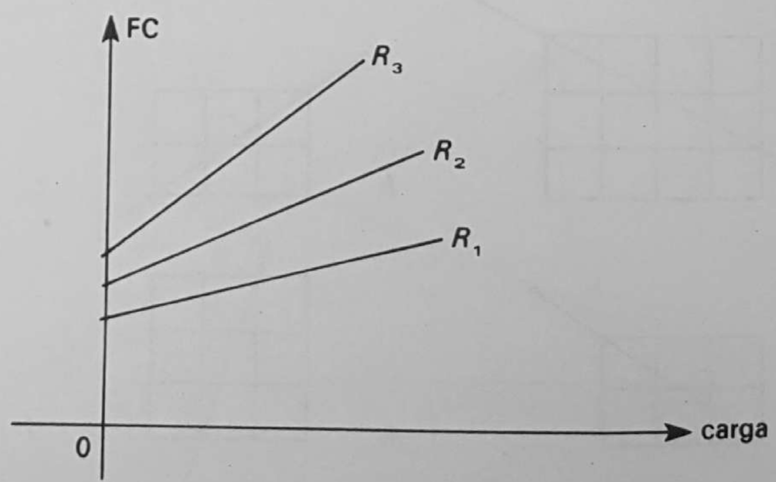
11. Nos gráficos (*a*) e (*b*) abaixo, qual dentre eles corresponde a uma função $y=f(x)$? Por quê?



12. *a.* Defina uma função linear cujo domínio seja a reta inteira e cujo conjunto de valores seja apenas o número 5.
b. Quando a declividade de uma função linear é diferente de zero e ela está definida no intervalo $(-\infty, \infty)$, que intervalo constitui a sua imagem (ou conjunto de valores)?

13. *a.* Defina duas funções lineares cujos domínios e imagens sejam o intervalo $[-1, 1]$.
b. Defina duas funções lineares cujos domínios sejam o intervalo $[3, 5]$ e cujas imagens sejam o intervalo $[8, 14]$.

14. Mellerrowicz e Meller (veja o Exemplo 1.6) observaram que a freqüência cardíaca (FC) depende linearmente da carga (esforço). Na figura abaixo, as três retas representam tal dependência para indivíduos treinados, não-treinados e cardíacos. Na sua opinião, qual é a reta que representa os indivíduos cardíacos, os não-cardíacos destreinados e os treinados? Justifique em cada caso sua resposta.



15. Seja x a temperatura em graus Fahrenheit e y a mesma temperatura em graus Celsius. Essas duas escalas de temperaturas estão relacionadas linearmente através da seguinte equação

$$y = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$$

a. Esboce o gráfico de $y = f(x)$.
b. Encontre y quando $x = 18, 32$ e 50.
c. Exprima x como função de y, isto é, determine a função inversa que permite encontrar a temperatura em °F, conhecida a temperatura em °C.

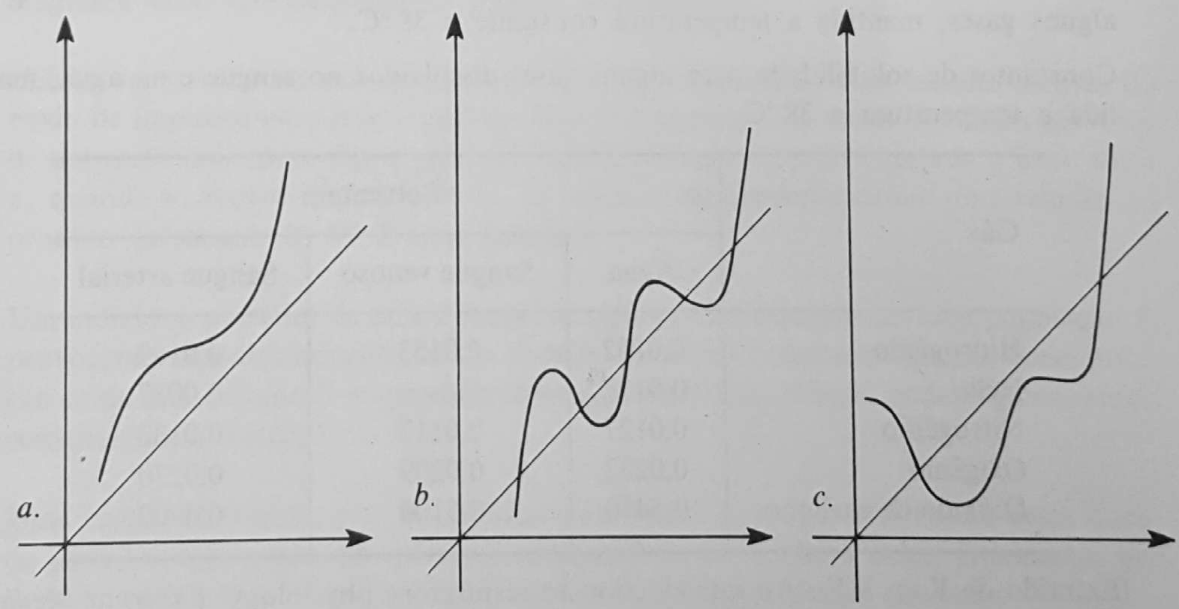
16. Determine $f(g(x))$, $g(f(x))$, $g(g(x))$ e $f(f(x))$ se

a. $f(x) = x^3$, $g(x) = 2x + 3$;
b. $f(x) = x^3 + x^2$, $g(x) = x - 5$;
c. $f(x) = 2x$, $g(x) = x^4 + 7$.

17. Determine a inversa (se houver) das seguintes funções:

a. $y = -7x - 5$;
b. $y = x^3 + 4$;
c. $y = 3x^2$, $x \geqq 0$;
d. $y = (x - 5)^2$, $x \geqq 5$.

18. No gráfico de cada função $y = f(x)$, abaixo, acrescente o gráfico da função inversa $y = f^{-1}(x)$.



19. Sabe-se que a taxa respiratória y, medida em respirações por minuto, relaciona-se linearmente com a pressão parcial de dióxido de carbono nos pulmões. Denotemos $P_{CO_2} = x$. Então, quando um indivíduo médio inspira ar de um recipiente, digamos, um saco plástico, contendo aproximadamente 2% de dióxido de carbono, a pressão parcial é de cerca de 41 torr e a taxa respiratória correspondente é de 13,8 respirações por minuto. Se o saco plástico contiver 6% de CO_2, então, neste caso, P_{CO_2} é de cerca de 50 torr e a taxa respiratória é de 19,1 respirações por minuto. Expresse a taxa respiratória como função de P_{CO_2}, esboçando em seguida o gráfico desta função. Faça uma estimativa de seu domínio. Calcule ainda a taxa respiratória quando a pressão parcial for 47 torr.

20. Se a pressão for mantida constante, uma amostra de gás tem volume igual a V_0 a 0 °C. A relação entre o volume V do gás em litros e a temperatura T em graus centígrados é dada pela equação

$$V = V_0 + [V_0/273]T \text{ litros}$$

a. Qual é a inclinação desta reta?
b. Como você pode obter a expressão da temperatura em graus centígrados em função do volume, nas condições acima? Dê esta expressão.

21. Vamos supor que a temperatura seja mantida constante. Nestas condições, o volume de um gás dissolvido em um líquido é diretamente proporcional à pressão parcial do gás, no líquido. Se y denota o volume do gás dissolvido (em ml) por 100 ml de solução e P_g é a pressão parcial do gás em torr, então y relaciona-se com P_g através da reta

$$y = \frac{100}{760} kP_g$$

onde k é uma constante positiva, denominada *constante de solubilidade*, isto é, k representa o volume do gás que se dissolverá em 1,0 ml de líquido, à pressão parcial de 760 torr. Na tabela dada a seguir, você pode ver esta constante de solubilidade para alguns gases, mantida a temperatura constante a 38 °C.

Constantes de solubilidade para alguns gases dissolvidos no sangue e na água, mantida a temperatura a 38 °C.

Gás	Solvente		
	Água	Sangue venoso	Sangue arterial
Hidrogênio	0,0162	0,0153	0,0149
Hélio	0,0127	—	0,0087
Nitrogênio	0,0127	0,0117	0,0130
Oxigênio	0,0232	0,0209	0,0230
Dióxido de carbono	0,5450	0,5100	0,4700

(Extraído de Kac, F.F., An introduction to respiratory physiology, *Excerpta Medica*, 1973.)

a. Calcule o coeficiente angular, isto é, a inclinação da reta para a constante de solubilidade do oxigênio no sangue venoso.
b. O oxigênio dissolve-se melhor no sangue arterial ou no venoso? Justifique sua resposta com base nos dados e hipóteses acima.

22. Em um adulto jovem em repouso, a proporção de dióxido de carbono misturado no sangue venoso é dada por 4,15 ml/100 ml. Utilizando a constante de solubilidade da tabela do Exercício 21, isto é, $k = 0{,}5100$, calcule a pressão parcial do CO_2 dissolvido no sangue venoso.

23. Ainda na hipótese de um adulto jovem em repouso, o oxigênio dissolvido no sangue venoso é cerca de 0,12 ml/100 ml. Calcule a pressão parcial de O_2 nas veias, sabendo que $k = 0{,}0209$.

24. Trezentos voluntários seguiram uma dieta visando redução de peso corporal durante dois meses. Ao final do primeiro mês, 243 deles haviam perdido mais de 5 kg, enquanto que 108 tinham reduzido seu peso em mais de 7 kg. Após dois meses, 269 tinham perdido mais de 5 kg e 152 mais de 7 kg. Suponha ainda que nenhum voluntário tenha ganho peso enquanto seguia a dieta. Descreva, então, as relações entre esses quatro subconjuntos do conjunto dos voluntários.

25. Em um estudo de grupos sangüíneos humanos realizado entre 15.000 indivíduos, 6.500 tinham o antígeno A, 3.700 o antígeno B e 5.800 não tinham nenhum dos dois. Defina por A, B e O os conjuntos desses indivíduos, respectivamente.

a. Esboce um diagrama para ilustrar essa situação.
b. Descreva com palavras os conjuntos $A \cap O$, $A \cap B$, $A \cup B$, $(A \cup B) \cap O$, $\overline{A}$, $\overline{A} \cap B$.

26. Em uma pesquisa sobre os efeitos do hábito de fumar cigarros em relação ao câncer pulmonar, uma grande população de adultos foi dividida entre fumantes e não-fumantes. Os fumantes foram subdivididos em fumantes leves, moderados e inveterados. A população foi ainda dividida entre portadores de câncer de pulmão e não-portadores. Finalmente, essa população foi dividida entre homens e mulheres. Ilustre em um único diagrama essas três maneiras de repartir a população.

27. Células nervosas estão conectadas em redes, desempenhando suas funções através do envio de impulsos para outras células. Seja N o conjunto de todas as células nervosas de um certo indivíduo. Diz-se que uma célula nervosa n_1 está conectada a uma outra n_2 quando n_1 recebe impulsos de n_2. O conceito de conecção define uma relação no produto cartesiano NxN? É uma função?

28. Um indivíduo portador de uma doença contagiosa é introduzido em uma população P, provocando um alastramento de sua doença. Descreva o desenvolvimento dessa infecção como uma relação R no produto cartesiano PxP. Essa relação pode, algumas vezes, constituir uma função?

29. Uma certa enfermidade tem conhecidos n sintomas. Uma possível vítima dessa doença pode ter todos eles, um número intermediário ou nenhum deles. Demonstre que existem exatamente 2^n combinações possíveis diferentes desses sintomas.

30. Considere uma certa enfermidade da qual são conhecidos sete sintomas. Ela é diagnosticada presente se o médico detecta no paciente quatro ou mais dos possíveis sintomas. Quantas combinações diferentes de sintomas serão possíveis para que o diagnóstico possa ser completado de maneira segura?

fundidade máxima até a qual um dado indivíduo pode mergulhar, por meio da seguinte equação

$$y = \frac{C_t \cdot 10}{V_r} - 10 \text{ m}$$

onde y é a profundidade em metros até a qual o indivíduo pode mergulhar com segurança. Sabendo-se que $C_t = 4{,}2\ \ell$ e $V_r = 1{,}62\ \ell$, calcule o valor de y.

37. Com o uso de uma calculadora de bolso, construa uma tabela e, a partir daí, o gráfico das funções especificadas em (a) e (b)

a. A curva $y = y(p)$ da saturação percentual da hemoglobina por O_2, dada no Exemplo 1.8.
b. A curva $s = s(p)$ da área de superfície corporal, relativamente ao homem, conforme o Exemplo 1.12.

38. Há diversas maneiras de se calcular a dose infantil de um medicamento, sendo conhecida a do adulto. É óbvio que a dose infantil deverá ser uma fração da dose do adulto. Normalmente, esse cálculo é feito em função da idade da criança ou de seu peso. Existem diversas regras para se obter essa estimativa. Citaremos três delas:

Regra de Young:

$$\frac{\text{idade da criança em anos}}{\text{idade da criança em anos} + 12} \cdot \text{dose do adulto} = \text{dose infantil}$$

Regra de Fried: (usada para calcular doses para bebês com menos de um ano de idade)

$$\frac{\text{idade em meses}}{150} \cdot \text{dose do adulto} = \text{dose infantil}$$

Regra de Clark:

$$\frac{\text{peso da criança em quilogramas}}{70} \cdot \text{dose do adulto} = \text{dose infantil}$$

a. A dose de sulfato de morfina para o adulto é 10 mg. Qual deverá ser a dose infantil, tratando-se de uma criança de 12 anos pesando 30 kg? Há discrepância entre o previsto pela regra de Young e de Clark? Por quê?
b. Um bebê de 6 kg precisa tomar uma dose de acetado de cortisona. Sabe-se, ainda, que a idade do bebê é de 25 semanas e que a dose do adulto é de 150 mg. Calcule a dose infantil pela regra de Fried.
c. E quais seriam as doses de cortisona para o mesmo bebê, porém agora calculadas através das regras de Young e de Clark? Há discrepâncias? Em caso afirmativo, você tem alguma explicação para o fenômeno?
d. Exprima, em termos de uma função, cada uma das três regras acima citadas.

39. Para um determinado fármaco, a dose diária do adulto é 100 mg, tomada de uma única vez. Represente, em um mesmo gráfico, a dose diária y a ser preconizada para um bebê (entre 0 a 12 meses), através da regra de Fried, e para uma outra criança cuja idade possa estar entre 1 a 10 anos, pela regra de Young. Comente o gráfico obtido.

40. No Exemplo 1.21, justifique o motivo pelo qual a concentração no intervalo [18, 20] foi dada pela expressão $y = 4x - 68$, e no intervalo [20, 24], por $y = -2x + 52$.

46. No Exemplo 1.14 tínhamos que o peso do pai era de 68 kg e do filho, 33 kg. Verifique que a razão entre os dois pesos é comparável com o cubo da razão entre as duas alturas, respectivamente. Mostre ainda que se S_1 representa a área de superfície corporal do pai e S_2, a do filho, então

$$S_1 = (1{,}30)^2 S_2$$

47. *Tamanho da aorta.* Seja C a vazão de sangue em cm³/min (ou débito cardíaco). Se r é o raio da aorta e $\bar{v}$ é a velocidade média da vazão sangüínea nesta artéria, tem-se que

$$\bar{v} = \frac{C}{\pi r^2}$$

O número de Reynolds (Re) para um líquido viscoso escoando através de um tubo liso tal como a aorta é dado por

$$\text{Re} = \frac{\sigma \bar{v} R}{\eta},$$

onde $\bar{v}$ é a velocidade média, η é o coeficiente de viscosidade do fluido, σ a sua densidade e R o raio. Se $\text{Re} = 1.100$, mostre que

$$r = \frac{\sigma C}{1.100\, \pi \eta}$$

***48.** O valor, em dólares americanos (US$), estimado para a biblioteca de um médico era dado por

$$y = 2.500 - \frac{2.300t}{1 + t} \text{ dólares}$$

onde t representa o tempo medido em anos; $t = 0$ designa o dia em que ele graduou-se em Medicina.

a. Qual será o valor mínimo que essa biblioteca poderá atingir?
b. Qual será a idade desse médico quando sua biblioteca estiver valendo apenas 5% de seu valor inicial? Essa idade é compatível com o que se sabe sobre longevidade humana? (Para responder a essa pergunta, suponha que o acervo da biblioteca permaneceu constante a partir da data de sua graduação.)
c. Se ele ao formar-se tinha 24 anos e não mais acrescentou qualquer obra à sua biblioteca, quanto esta estará valendo quando ele completar 38 anos?
d. Na hipótese ainda da biblioteca permanecer com seu acervo estacionário, qual será a idade desse médico quando ela estiver valendo apenas 25% de seu valor inicial?

49. *Força exercida pelo músculo cardíaco.* A força total F exercida pelo músculo cardíaco sobre o sangue contido na cavidade ventricular pode ser representada por

$$F = PA$$

onde P é a pressão em dinas/cm² e A é a área interna do ventrículo. Supondo, em uma primeira aproximação, que este tem forma esférica como raio r, obtém-se

$$F = 4\pi r^2 P$$

Por outro lado, o volume ventricular será

$$V = (4/3)\pi r^3$$

Durante um batimento cardíaco do coração humano, vamos supor que o volume ventricular varie entre 25 cm^3 (no final da sístole) e 85 cm^3 (no início).

a. Calcule a área interna do ventrículo correspondente a seus volumes mínimo e máximo, respectivamente.

b. Em seguida, determine a força total exercida pelo coração no início da ejeção sistólica, quando a pressão P é suposta igual a 70 mmHg, e no final da sístole, quando $P = 120$ mmHg. Considere que 1 mmHg = 1.333,2 dinas/cm^2.

50. *Eficiência muscular*. Define-se o trabalho T realizado por um músculo por $T = Px$, sendo P o peso ou carga aplicada e x o comprimento da contração. A.V. Hill, em Heat activation and rate of shortening in a muscle twitch (*Proc. Roy. Soc.*, *136*:195) determinou que a energia E envolvida na contração muscular é expressa por

$$E = T + ax = (P + a)x$$

onde ax representa o *calor da contração*, sendo proporcional a x.

A razão ε entre o trabalho e a energia utilizada é definida como a *eficiência do músculo*.

a. De acordo com o modelo, mostre que a eficiência ε independe do encurtamento x.

b. Mostre que $1/\varepsilon$ depende linearmente de a, sendo ainda inversamente proporcional ao peso.

c. Ache a relação entre a e P para que ocorra uma eficiência de 40%.