

Questões	Valores	Notas
1. <sup>a</sup>	2.5	
2. <sup>a</sup>	2.5	
3. <sup>a</sup>	2.5	
4. <sup>a</sup>	2.5	
Total	10	

Primeira prova de MA111 – Cálculo I - Curso

1.º semestre de 2015 – 01/04/2015

Nome: \_\_\_\_\_

RA: \_\_\_\_\_

**ATENÇÃO:** Cada resposta deve ser redigida com todos os detalhes. É vedado o uso de qualquer aparelho eletrônico durante o período de realização da prova, a menos que seja explicitamente autorizado.

1.<sup>a</sup> Questão. Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \cos \pi x & \text{se } x < 1, \\ ax + b & \text{se } 1 \leq x \leq 3, \\ \sin \pi x & \text{se } x > 3. \end{cases}$$

Encontre os valores de  $a$  e de  $b$  para os quais a função  $f$  é contínua em todo seu domínio. Após isso, faça um esboço do gráfico de  $f$ .

2.<sup>a</sup> Questão. Calcule os seguintes limites, quando existirem:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(4x^2)}{x^4}$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(4x^2)}{x^4}$ .
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - \pi}$ .

3.<sup>a</sup> Questão.

a) Suponha que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^k + 2x^4 + 1}{x^5 + 2x + 1} - mx \right) = 0,$$

onde  $k \in \mathbb{N}$  e  $m \in \mathbb{R}$ . Demonstre que se  $m \neq 0$  então  $k = 6$ . Neste caso qual deve ser o valor de  $m$ ?

b) Suponha agora que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^k + 2x^4 + 1}{x^5 + 2x + 1} - mx^2 \right) = 0,$$

onde  $k \in \mathbb{N}$  e  $m \in \mathbb{R}$ . Encontre os valores de  $k$  e de  $m$ .

4.<sup>a</sup> Questão.

- a) Seja  $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua tal que  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \infty$ . Mostre que a equação  $f(x) = 0$  possui uma solução no intervalo  $(-1, 1)$ .
- b) Utilizando o item a) (mesmo que você não o tenha feito), mostre que a equação  $f(\sin(x)) = 0$  possui uma solução.

**Boa prova!**