MS428 - PROVA 03 - 02/12/2010

Prof. Moretti - Respostas sem justificativas não serão consideradas para correção

Nome: ______________________________ **RA:** ______________

Questão 1: Uma fábrica produz 4 produtos denotados por x_1, x_2, x_3 e x_4. Cada produto é processado em dois setores (tem que passar pelos dois setores). Os tempos de processamentos (em horas por unidade produzida) são dados na tabela abaixo:

	x_1	x_2	x_3	x_4
Setor 1	3	4	8	6
Setor 2	6	2	5	8

Cada setor tem 400 horas disponíveis de trabalho. Os lucros unitários são 4,6,10 e 9 reais por unidade de x_1, x_2,x_3 e x_4 produzida, respectivamente. Tudo que for produzido será vendido. O gerente fez a disciplina MS428 com o professor Moretti e escreveu um modelo matemático que resolveu a mão e obteve a seguinte solução ótima:

$$\begin{aligned} x_2 &= 100 - \tfrac{3}{4}x_1 - 2x_3 - \tfrac{3}{2}x_4 - \tfrac{1}{4}x_5 \\ x_6 &= 200 - \tfrac{9}{2}x_1 - x_3 - 5x_4 + \tfrac{1}{2}x_5 \\ z &= 600 - \tfrac{1}{2}x_1 - 2x_3 - 0x_4 - \tfrac{3}{2}x_5 \end{aligned}$$

(A) Que tipo de solução ele obteve? Justifique a resposta.
(B) Qual é o problema original?
(C) Dê a matriz básica B da base das equações básicas acima.
(D) Dê a inversa da matriz básica, isto é, B^{-1} das equações básicas acima.
(E) Dê a solução dual ótima completa (isto é, originais + folgas).
(F) Quantas unidades dos produtos 1,2,3 e 4 serão produzidas de tal maneira a maximizar o lucro?
(G) Assuma que, por um erro de um operário, foram produzidas 20 unidades do produto 3. Qual seria o custo deste erro?
(H) Em qual intervalo o lucro unitário do produto 1 pode variar sem que a base dada acima deixe de ser ótima?
(I) Em qual intervalo o lucro unitário do produto 2 pode variar sem que a base dada acima deixe de ser ótima?
(J) Em qual intervalo a capacidade do Setor 1 pode variar sem que a base dada acima deixe de ser ótima?
(K) Um diretor da fábrica está considerando a produção de um novo produto que vai necessitar de 2 horas no Setor 1 e 10 horas no Setor 2. O diretor pediu ao nosso colega que calculasse o lucro mínimo deste novo produto para que valha a pena produzi-lo. Que resposta ele deu ao diretor?

Questão 2: Considere o seguinte problema

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & z = c^t x \\ \text{sujeito a} \quad & \\ & A_1 x = b_1 \\ & \overline{b_2} \leq A_2 x \leq b_2 \\ & L \leq x \leq U \end{aligned}$$

(A) Escreva o dual do problema acima.
(B) Escreva as condições de KKT.

Questão 3: Considere o problema abaixo

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & z = 8x_1 + 5x_2 \\ \text{sujeito a} \quad & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & 9x_1 + 5x_2 \leq 45 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \text{ inteiros} \end{aligned}$$

A solução ótima do problema relaxado é

$$\begin{aligned} x_2 &= \tfrac{9}{4} - \tfrac{9}{4}x_3 + \tfrac{1}{4}x_4 \\ x_1 &= \tfrac{15}{4} + \tfrac{5}{4}x_3 - \tfrac{1}{4}x_4 \\ z &= \tfrac{165}{4} - \tfrac{5}{4}x_3 - \tfrac{3}{4}x_4 \end{aligned}$$

(A) Construa o corte de Gomory em cima da equação básica de x_1.
(B) Plote o corte encontrado no espaço (x_1, x_2).
(C) Introduza o corte encontrado em (A) e usando o Método Dual Simplex encontre a nova solução ótima.
(D) A solução encontrada em (C) é ótima do problema original (com as restrições de integralidade? Justifique a resposta.

Questão 4: Mostre que se o problema Min $c^t x$ sujeito a $Ax = b, x \geq 0$ tem uma solução ótima finita entao o novo problema Min $c^t x$ sujeito a $Ax = \overline{b}, x \geq 0$ não pode ser ilimitado independentemente do valor que o vetor $\overline{b}$ possa assumir.

Pontuação:

Questão	1A	1B	1C	1D	1E	1F	1G	1H	1I	1J	1K	2A	2B	3A	3B	3C	3D	4
Pontos	1	3	1	2	2	1	2	3	3	3	3	7	5	5	2	6	1	12