[redacted]

ER - Programação Linear - Prova 3
1º Semestre 2012

Questão 1: x_j = qtde fabricada do produto $j = A, B, \dots G$

Max $Z_p = 10x_1 + 12x_2 + 08x_3 + 15x_4 + 18x_5 + 10x_6 + 19x_7$

S.a.

$$0.1x_1 + 0.3x_2 + 0.2x_3 + 0.1x_4 + 0.2x_5 + 0.1x_6 + 0.2x_7 \leq 500$$
$$0.2x_1 + 0.1x_2 + 0.4x_3 + 0.2x_4 + 0.2x_5 + 0.3x_6 + 0.4x_7 \leq 750$$
$$0.2x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 0.2x_4 + 0.1x_5 + 0.2x_6 + 0.3x_7 \leq 350$$
$$0.02x_1 + 0.03x_2 + 0.01x_3 + 0.04x_4 + 0.01x_5 + 0.02x_6 + 0.04x_7 \leq 60$$
$$0.04x_1 + 0x_2 + 0.02x_3 + 0.02x_4 + 0.06x_5 + 0.03x_6 + 0.05x_7 \leq 80$$

$$x_1 \geq 200$$
$$x_2 \leq 800$$
$$x_5 \leq 400$$

Questão 2: Equações básicas iniciais

$$\left.\begin{aligned} x_6 &= -3 - x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \\ x_7 &= -2 + x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \\ x_8 &= 4 - x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 \end{aligned}\right\} \text{Primal Infactível}$$
$$Z = 0 + 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 \quad \} \text{ Primal Ótimo}$$

Escolho x_6 para sair da base.

Quem entra? $\min\left\{\frac{-4}{-2}, \frac{-2}{-1}\right\} = 2 \Rightarrow$ empate entre x_2 e x_3
escolho x_3

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= 3 + x_1 - 2x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \\ x_7 &= 1 + 2x_1 - x_2 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 \\ x_8 &= 2 + x_1 - 5x_2 + 0x_4 + 5x_5 + 2x_6 \end{aligned}\right\} \text{Primal factível}$$
$$Z = 6 + 5x_1 + 0x_2 + 3x_4 + 7x_5 + 2x_6 \quad \} \text{ Primal Ótimo}$$

Questão 3:

(A) $$\begin{aligned} \text{Max } z_d = \ & 3w_1 + 6w_2 + 3w_3 \\ \text{sa} \quad & 3w_1 - 3w_2 + w_3 \leq 3 \\ & w_1 + 3w_2 + w_3 \leq 2 \\ & w_1 + w_2 + w_3 \leq 1 \\ & w_1 \geq 0 \quad w_2 \geq 0 \quad w_3 \leq 0 \end{aligned}$$

(B) $$B^{-1} = \begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad c_B^t = (c_3, c_2, c_6) = (1, 2, 0)$$

$$c_B^t B^{-1} = (1/2, 1/2, 0)$$

Quadro Simplex Revisado

$$\begin{array}{|c|c|} \hline c_B^t B^{-1} & c_B^t B^{-1} b \\ \hline B^{-1} & B^{-1} b \\ \hline \end{array} \equiv \begin{array}{|ccc|c|l} \hline 1/2 & 1/2 & 0 & 9/2 & \\ \hline 3/2 & -1/2 & 0 & 3/2 & x_3 \\ -1/2 & 1/2 & 0 & 3/2 & x_2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & x_6 \\ \hline \end{array}$$

(C) Como x_6 é variável básica e está no nível zero então temos solução Degenerada.

(D) Como o primal é degenerado temos solução alternativa no dual.

(E) $w = c_B^t B^{-1} = (1/2, 1/2, 0)$

Questão 4:

(A) $\text{Max } Z_d = 3300\,w_1 + 4000\,w_2 + 400\,w_3 + 1000\,w_4$

s.a.

$$
\begin{aligned}
2w_1 + 3w_2 + 0w_3 + w_4 &\le 15 \\
3w_1 + 4w_2 + 0w_3 + w_4 &\le 10 \\
4w_1 + 5w_2 + 1w_3 + w_4 &\le 9 \\
5w_1 + 6w_2 + 0w_3 + w_4 &\le 7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
w_1 &\le 0 \\
w_2 &\le 0 \\
w_3 &\ge 0 \\
w_4 &\ge 0
\end{aligned}
$$

(B)

$$
\begin{array}{l|llll|llll}
Z_p = 11600 + & 0x_1 + & 0x_2 + & 0x_3 + & 7x_4 + & 0x_5 + & 5x_6 + & 4x_7 + & 30x_8 \\
\hline
 & w_5 \ge 0 & w_6 \ge 0 & w_7 \ge 0 & w_8 \ge 0 & w_1 \le 0 & w_2 \le 0 & w_3 \ge 0 & w_4 \ge 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & -5 & 4 & 30
\end{array}
$$

(C) Como $\dfrac{\partial z}{\partial b_i} = w_i$ e como a restrição que representa a produção dos carros é

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \ge 1000 \quad (w_4) \Rightarrow w_4 = 30$, logo a produção de mais um carro custa 30

(D) A restrição que representa o trabalho é

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 \le 3300 \quad (w_1) \Rightarrow w_1 = 0$, logo, não pagamos nada por 1 hora a mais.

(E) A restrição da produção na fábrica 3 é
$x_3 \geq 400$ (w_3) $\Rightarrow$ $w_3 = 4$, logo, a produção de 1 carro na fábrica 3 provoca 4 u.m. na f.obj. então deixar de produzir 200 custa $4 * 200 = 800$ u.m.

(F) A restrição de matéria-prima é
$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 4000$ (w_2) $\Rightarrow$ $w_2 = -5$, logo cada unidade a mais custa no máximo 5 u.m.

(G) Se queremos que x_4 entre na base então $z_4 - \bar{c}_4 \geq 0$

$$z_4 - \bar{c}_4 = z_4 - c_4 + c_4 - \bar{c}_4 = -7 + 7 - \bar{c}_4 \cancel{\geq} 0$$

$\Rightarrow$ $\bar{c}_4 \leq 0$ $\Rightarrow$ como o custo de x_4 deve ser ≥ 0 $\Rightarrow$ $\bar{c}_4 = 0$