

ER500 - Lista 03 - Método Simplex

Prof. Moretti

Exercício 1: Considere o PPL abaixo:

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + x_2 + 5x_3 - 3x_4$$

sujeito a

$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 6$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \leq 12$$

$$x_1 + 0x_2 + x_3 + x_4 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

(a) Ache a solução básica factível correspondente a base $B = [a^1, a^2, a^4]$

(b) Esta base é ótima? Se não for, ache a solução ótima a partir desta SBF.

Exercício 2: Responda as seguintes questões dando uma explicação concisa com respeito ao programa linear para maximizar $c^t x$ sujeito a $x \in X = \{x : Ax = b, x \geq 0\}$, onde A é uma matriz $m \times n$ de posto $m < n$.

(a) Nas equações básicas, se $z_j - c_j = -10$ para uma variável não-básica x_j , qual é o aumento no valor da função-objetivo quando x_j entra na base com o valor de 2 unidades?

(b) Se um ponto extremo é ótimo, então é possível que nem todos os $z_j - c_j \geq 0$ para a base que o representa?

(c) Se existe um d tal que $Ad = 0$, $d \geq 0$ e $c^t d > 0$, então temos uma solução ilimitada para o problema?

(d) Seja uma solução factível com exatamente m componentes positivos. É necessariamente um ponto extremo de X ?

(e) Se uma variável não-básica x_k tem $z_k - c_k = 0$ na otimalidade, então podemos afirmar que existe uma solução ótima alternativa?

(f) Se x_1 e x_2 são pontos adjacentes e se B_1 e B_2 são as respectivas bases associadas, então estas bases diferem em apenas uma coluna. Verdadeiro ou Falso?

Exercício 3: Considere o PPL abaixo :

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 0x_4 + 5x_5 + x_6$$

sujeito a

$$3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 + 4x_6 \leq 60$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

Ache todas as soluções básicas factíveis do problema e ache a solução ótima por comparação.

Exercício 4: Resolva o problema abaixo pelo Método Simplex começando pela base $B = [a^1, a^2]$. Desenhe a região factível no espaço das variáveis não-básicas.

$$\text{Maximize } z = -x_1 + 2x_2$$

$$\text{sujeito a } 3x_1 + 4x_2 = 12$$

$$2x_1 - x_2 \leq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Exercício 5: Considere o sistema:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 2$$

$$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

O ponto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ é factível? Verifique se ele é básico. Se não, obtenha a partir deste ponto um ponto básico.

Exercício 6: Resolva o PPL abaixo pelo método simplex e em cada iteração identifique B e B^{-1} e direções simplex:

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{sujeito a} \quad & 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 3 \\ & -x_1 + x_2 + x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$