

ER500 - Lista 08 - Dualidade

Prof. Moretti

Exercício 1: Considere o problema abaixo

$$\begin{aligned} \text{Maximize } z &= 10x_1 + 24x_2 + 20x_3 + 20x_4 + 25x_5 \\ \text{sujeito a} & \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 \leq 19 \\ & 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 57 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

- (A) Escreva o dual.
(B) Verifique se $(w_1, w_2) = (4, 5)$ é um ponto dual factível.
(C) A partir desta solução ache a solução primal associada.

Exercício 2: As perguntas abaixo referem-se ao par primal-dual (min-max). Responda dando uma breve justificativa.

- (A) Se uma solução básica para o primal é infactível e tem um valor da função-objetivo menor que o valor ótimo então a solução dual associada é uma solução factível. Verdadeiro ou Falso?
(B) Para o PL: $\text{Minimize}\{x_1 : 2x_1 - x_2 \geq 0, -2x_1 + 3x_2 \geq -6, x \geq 0\}$. Considere a base $B = [a^1, a^4]$. Dê a solução dual associada. O que você pode dizer sobre o par primal-dual?
(C) Se P tem soluções alternativas no ótimo e se w^* é uma solução ótima para o dual então w^* deve ser degenerado. Verdadeiro ou Falso?
(D) Seja z^* o valor da solução ótima (finito) para o primal e o dual. Suponha que \bar{x} é uma solução infactível para o primal cuja solução dual associada seja factível. É possível que $z(\bar{x})$ seja igual a z^* ?
(E) Se P é ilimitada então é possível trocar os componentes do vetor b e assim obter um ótimo finito. Verdadeiro ou Falso?

Exercício 3: As equações básicas abaixo mostram a solução ótima de um PPL. As variáveis x_4 e x_5 são variáveis de folga. As restrições são todas do tipo " \leq ".

$$\begin{aligned} z &= -40 + 2x_2 + 3x_4 + 2x_5 \\ x_3 &= \frac{5}{2} - \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{2}x_4 \\ x_1 &= \frac{5}{2} + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{6}x_4 - \frac{1}{3}x_5 \end{aligned}$$

- (A) Escreva o problema original
(B) Dê o dual do problema original.
(C) Obtenha a solução dual das equações básicas.

Exercício 4: Resolva os seguintes problema pelo Método Dual-Simplex:

$$\begin{aligned} \text{Maximize } z &= -4x_1 - 6x_2 - 18x_3 \\ \text{sujeito a} & \\ & 2x_1 \quad \quad \quad + 3x_3 \geq 3 \\ & \quad \quad \quad 3x_2 + 2x_3 \geq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maximize } z &= -2x_1 - 3x_2 \\ \text{sujeito a} & \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Minimize } z &= 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 \\ \text{sujeito a} & \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 2 \\ & -x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 \leq -3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$