ER500 - Lista 06 - Dualidade e Método Dual Simplex
Prof. Moretti

Exercício 1: As perguntas abaixo referem-se ao par PRIMAL-DUAL de um problema de programação linear na forma canônica. Dê uma breve explicação junto com sua resposta.

(A) Se uma solução básica para o primal é infactível e tem uma função objetivo menor que o o valor ótimo então a solução dual complementar é factível. Verdadeiro ou Falso? Îlustre com um desenho.

(B) Para o problema Min $\{x_1 : 2x_1 - x_2 \geq 0, -2x_1 + 3x_2 \geq -6, x \geq 0\}$, considere a solução básica factível com a base formada por x_1 e a variável de folga da segunda restrição. Dê a solução dual associada. O que você pode dizer sobre o par de soluções PRIMAL-DUAL?

(C) Se P tem soluções ótimas alternativas e se w^* é uma solução ótima para D, então w^* deve ser degenerada. Verdadeiro ou Falso? Justifique.

(D) Seja z^* o valor ótimo para P e D. Suponha que $\overline{x}$ é uma solução básica infactível para P cuja solução dual complementar é factível. É possível que o valor da função-objetivo deste par PRIMAL-DUAL seja igual a z^*?

(E) Se P é ilimitado, é possível trocar seu vetor b e fazer o problema limitado. Verdadeiro ou Falso? Jus

Exercício 2: As equações básicas abaixo, mostram a solução ótima de uma problema de programação linear. As variáveis x_4 e x_5 são variáveis de folgas da primeira e da segunda restrição. As restrições do problema original são todas do tipo $\leq$.

$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{5}{2} - \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{2}x_4 + 0x_5 \\ x_1 &= \frac{5}{2} + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{6}x_4 - \frac{1}{3}x_5 \\ z &= -40 + 2x_2 + 3x_4 + 2x_5 \end{aligned}$$

(A) Escreva o problema original.

(B) Dê o dual do problema original.

(C) Obtenha a solução ótima do dual diretamente das equações básicas.

Exercício 3: Mostre que se o problema Min $c^t x$ sujeito a $Ax = b, x \geq 0$ tem uma solução ótima finita entao o novo problema Min $c^t x$ sujeito a $Ax = \overline{b}, x \geq 0$ não pode ser ilimitado independentemente do valor que o vetor $\overline{b}$ possa assumir.

Exercício 4: Considere o problema Max $c^t x$ sujeito a $Ax = b, x \geq 0$. Sejam $z_j - c_j$, y_{ij} e $\overline{b}_i$ as entradas atualizadas por uma dada base B. Indique se cada item abaixo é verdadeiro ou falso. Justifique.

(A) $y_{ij} = -\dfrac{\partial x_{B_i}}{\partial x_j}$.

(B) $z_j - c_j = -\frac{\partial z}{\partial x_j}$.

(C) Factibilidade dual é o mesmo que otimalidade primal.

(D) Otimalidade dual é o mesmo que factibilidade primal.

Exercício 5: Considere as equações básicas abaixo no ótimo de um problema de maximização originalmente no formado canônico.

$$\begin{aligned} z &= \theta + 0x_2 - 2x_4 - 5x_6 \\ x_1 &= 2 - 1x_2 - 2x_4 - 1x_6 \\ x_3 &= \frac{3}{2} + 0x_2 - 1x_4 - 4x_6 \\ x_5 &= 1 + 2x_2 + 1x_4 - 6x_6 \end{aligned}$$

(A) Dê a solução primal ótima.

(B) Dê a solução dual ótima.

(C) Ache $\partial z / \partial b_1$. Interprete este número.

(D) Ache $\partial x_1 / \partial x_6$. Interprete este número.

(E) Se você pudesse comprar uma unidade adicional do primeiro recurso a um custo de $\frac{5}{2}$, você faria isso? Porquê?

(F) Uma empresa deseja comprar uma unidade do terceiro recurso de você. Por quanto você venderia? Porquê?

(G) Temos soluções alternativas? Se sim, dê uma delas?

(H) Ache o valor de θ.

Exercício 6: Resolva pelo método dual simplex

(A)

$$\begin{array}{rll} \text{Min} & z = 4x_1 + 6x_2 + 18x_3 & \\ \text{sujeito a} & & \\ & 2x_1 + 0x_2 + 3x_3 & \geq 3 \\ & 0x_1 + 3x_2 + 2x_3 & \geq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array}$$

(B)

$$\begin{array}{rll} \text{Min} & z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 & \\ \text{sujeito a} & & \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 & \geq 2 \\ & -x_1 + 1x_2 - x_3 + 3x_4 & \leq -3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq 0 \end{array}$$