

## Introdução

Este projeto discute uma classe de problemas de planejamento para os quais as técnicas de programação linear são especialmente apropriadas: os chamados ‘problemas de produção conjunta’. Problemas de produção conjunta ocorrem em indústrias que são caracterizadas pela produção simultânea de uma variedade de produtos por um processo ou série de processos a partir de um número limitado de matérias-primas que são compartilhadas. Nenhum produto pode ser produzido sem a produção simultânea dos demais no conjunto.

Um exemplo bem conhecido de produção conjunta aparece na indústria do petróleo: a partir de óleos não-refinados uma variedade de produtos (conjuntos) como gasolina, lubrificantes, querosene, nafta e óleo diesel são produzidos. Outros exemplos são a indústria de carnes e de laticínios. Uma companhia produtora de embutidos não pode matar uma costeleta de porco. É necessário abater um porco, o que, por sua vez, fornecerá uma variedade de cortes. Ao desnatar o leite integral produz-se não apenas o leite desnatado mas também, inevitavelmente, creme de leite.

Na indústria petroquímica, técnicas de programação linear têm sido utilizadas no planejamento estratégico e tático há mais de 20 anos. Discutimos a seguir a utilização destas técnicas nas indústrias de carnes e laticínios, onde seu uso ainda não foi popularizado.

## 1 Caso 1: a companhia de carnes Belgica

### 1.1 As atividades

Belgica comercializa uma vasta gama de produtos, incluindo vários tipos de presunto (defumado e cozido), salames e patês. Estes produtos utilizam partes da mesma matéria-prima: pernis e lombos. Alguns destes produtos utilizam peças mais nobres, enquanto outras são feitas a partir de partes menos valiosas, como aparas e gordura. No primeiro estágio, os diferentes tipos de pernis e lombos passam pelo mesmo departamento de corte. Os produtos semi-acabados ou intermediários deste departamento são subseqüentemente tratados em três unidades de produção transformando-se em vários tipos de presuntos, salames e patês. Além das peças de carne, algumas matérias-primas adicionais são adquiridas separadamente, como, por exemplo, temperos, embalagens, óleo e gordura animal.

Belgica pode também vender os produtos intermediários ou comprá-los diretamente no mercado. Devido às desfavoráveis condições financeiras características destas transações e à limitada quantidade que pode ser comercializada destes produtos, esta opção só é usada em emergências, para compensar temporários desequilíbrios na produção.

Belgica cresceu rapidamente nos anos 80. No início dos anos 90 a companhia produziu mais de 10.000 toneladas de produtos derivados de carne por ano. O faturamento ex-

cedeu 50 milhões ECU<sup>1</sup>. A adesão a uma política de ‘qualidade total’ levou a melhorias de seus laboratórios. Recentemente foi introduzida uma linha de produtos ‘light’, no intuito de aumentar sua fatia do mercado. Embora a companhia empregue técnicas modernas de produção, a imagem construída junto ao público consumidor é de uma companhia tradicional, que fabrica produtos artesanalmente.

Apesar do aumento das vendas, o lucro total diminuiu ao longo dos últimos anos. Além disso, desequilíbrios na produção têm ocorrido com frequência, forçando a companhia a comprar ou vender produtos intermediários sob condições desfavoráveis. Em face deste quadro, a gerência decidiu fazer uma análise estratégica da linha de produção.

## 1.2 Alocação de custos no ambiente de produção conjunta

A intenção era utilizar os resultados da análise como base para ajustes na linha de produção, tornando-a mais lucrativa e equilibrada. No entanto, a gerência rapidamente descobriu que as informações disponíveis sobre custos no seu sistema de contabilidade não eram adequadas para tirar conclusões sobre a lucratividade de um produto. Um caso simplificado, no qual apenas um número limitado de matérias-primas e produtos finais é considerado, servirá para ilustrar o problema.

### 1.2.1 Um caso simplificado

São considerados três departamentos de produção:

1. *O departamento de corte.* Neste departamento a matéria-prima é cortada, produzindo: carne para presunto copa, aparas e refugo (ossos, por exemplo). Na realidade há maior diversidade de matérias-primas e produtos semi-acabados. Um quilo de pernil é transformado em:

- 0.530 kg de carne para produção de copa.
- 0.350 kg de aparas para produção de salame.
- 0.120 kg de refugo.

2. *O departamento de produção de copa.* Somente um tipo de presunto é produzido, a variedade copa. Para produzir 1 kg de copa são necessários:

- 0.680 kg de carne para copa.
- 0.320 kg de sal (salmoura).

Há uma perda de peso de 25% em todo o material consumido.

3. *O departamento de produção de salame.* Somente uma variedade de salame é considerada. Para produzir 1 kg desta variedade são necessários

- 0.340 kg de aparas.
- 0.460 kg de carne para salame (adquirida no mercado).
- 0.200 kg de gordura animal.

Há uma perda de peso de 30% em todo o material consumido.

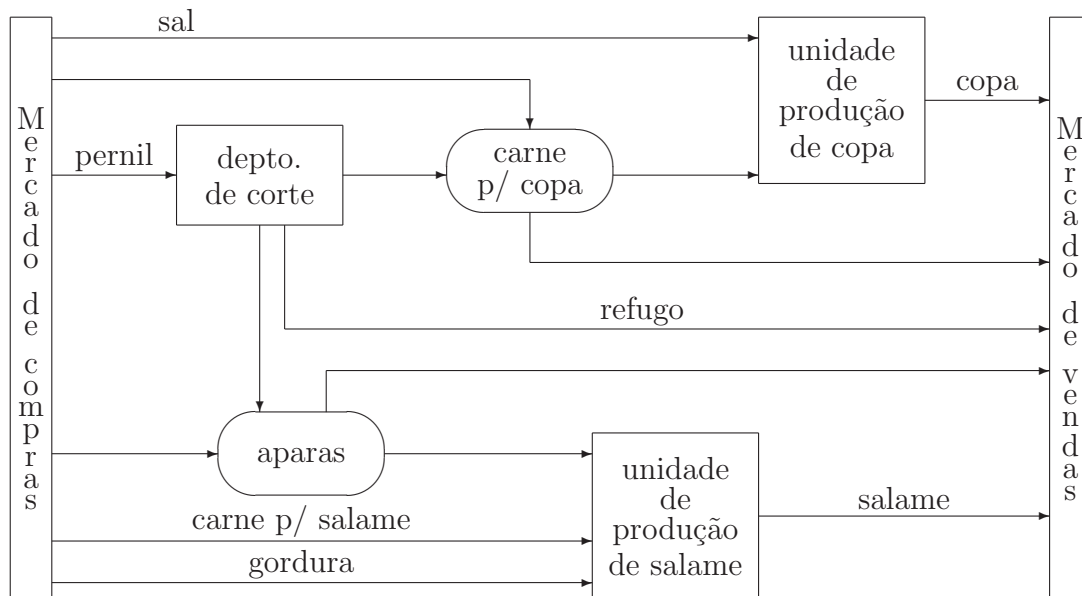


Figura 1: Fluxo de produtos na indústria Belgica.

O fluxo de produtos é representado na Figura 1. Cada unidade de produção é representada por um retângulo e o fluxo de produto pelos arcos. Fluxo de produtos é coletado em ‘reservatórios’, representados pelas caixas arredondadas.

| Matéria-prima               | Preço em ECU/ kg |
|-----------------------------|------------------|
| Pernil                      | 2.4              |
| Sal                         | 0.25             |
| Carne p/ produção de salame | 1.3              |
| Gordura                     | 0.4              |
| Produto intermediário       | Preço em ECU/ kg |
| Apara                       | 1.6              |
| Carne p/ produção de copa   | 4                |

Tabela 1: Preços de compra de insumos.

| Produto final             | Preço em ECU/ kg |
|---------------------------|------------------|
| Copa                      | 6.5              |
| Salame                    | 5                |
| Produto intermediário     | Preço em ECU/ kg |
| Refugo                    | 0.05             |
| Apara                     | 1.3              |
| Carne p/ produção de copa | 3.7              |

Tabela 2: Preços de venda de produtos.

Os preços de compra dos diferentes insumos e produtos intermediários são fornecidos na Tabela 1. Os preços de venda constam da Tabela 2. Os custos de produção são:

- custo de corte (basicamente mão-de-obra): 0.15 ECU por kg de pernil adquirido.
- custo de produção de copa (mão-de-obra, energia, embalagem): 0.80 ECU por kg.
- custo de produção de salame (mão-de-obra, energia, embalagem): 1.20 ECU por kg.

Baseado nesta informação, o custo de produção por kg no departamento de corte pode ser calculado:

- custo de compra de pernil (por kg) 2.4 ECU.
- custo de corte (por kg de pernil) 0.15 ECU.

<sup>1</sup>Euro.

- venda de refugo (0.120 kg a 0.05 ECU por kg) -0.006 ECU.

Um quilograma de pernil é transformado em 0.880 kg de carne ‘útil’ a um custo de 2.544 ECU, conforme esquema da Figura 2. Destes 0.880 kg, 0.530 kg serão utilizados na produção de copa e 0.350 kg (de aparas) na produção de salame. Para que se possa determinar o custo por kg de cada um dos produtos finais, o custo total de corte de 2.544 ECU deve ser distribuído dentre os produtos intermediários, carne para copa e aparas para a produção de salames.

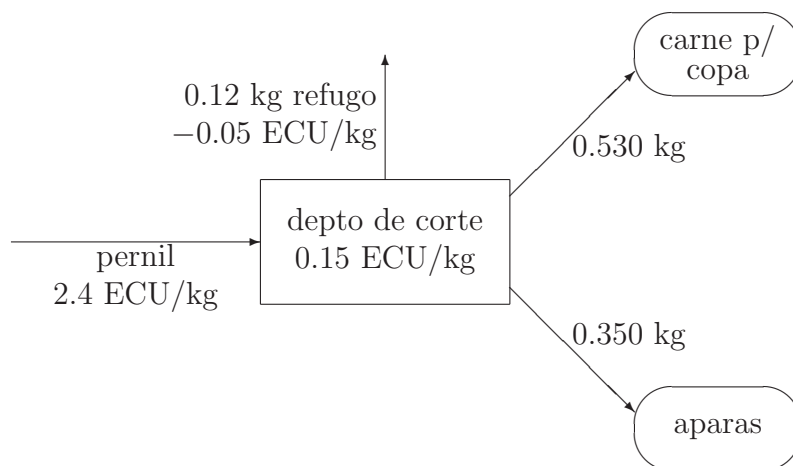


Figura 2: Alocação de custos.

Duas alternativas são consideradas:

- Atribuição de acordo com peso.* O custo de produção por quilo é considerado igual para os dois tipos de produtos intermediários. Isto resulta em um custo de  $2.544/0.880 = 2.891$  ECU/kg.
- Atribuição de acordo com o valor.* Assumindo que as aparas valem 1.6 ECU/kg (o preço de compra), o custo resultante da carne para copa é de  $[2.544 - (0.350 \times 1.6)]/0.530 = 3.743$  ECU/kg.

Neste ponto temos toda informação necessária para o cálculo dos custos (variáveis) de ambos os produtos finais, veja Tabelas 3 e 4.

| Item                               | Quantidade por kg de copa                 | Custo unitário |       | Custo por kg |       |
|------------------------------------|---|----------------|-------|--------------|-------|
|                                    |   | (a)            | (b)   | (a)          | (b)   |
| Sal                                | $0.32 \text{ kg}/0.75 = 0.427 \text{ kg}$ | 0.25           | 0.25  | 0.107        | 0.107 |
| Custo de corte<br>p/ carne de copa | $0.68 \text{ kg}/0.75 = 0.907 \text{ kg}$ | 2.891          | 3.743 | 2.622        | 3.395 |
| Custo de produção<br>do copa       |   |                |       | 0.8          | 0.8   |
| Custo variável total               |   |                |       | 3.529        | 4.302 |

Tabela 3: Custo de 1 kg de copa

Na alternativa (a), copa custa 3.529 e salame 3.573 ECU/kg. Na alternativa (b), copa custa 4.302 (22% mais) e slame 2.946 (18% menos) ECU/kg. Dependendo da alternativa, diferentes conclusões podem ser tiradas sobre a lucratividade de cada produto — uma conclusão embaraçosa e confusa!

| Item                           | Quantidade por kg de salame | Custo unitário |     | Custo por kg |       |
|--------------------------------|-----------------------------|----------------|-----|--------------|-------|
|                                |                             | (a)            | (b) | (a)          | (b)   |
| Gordura                        | 0.20 kg/0.7 = 0.286 kg      | 0.4            | 0.4 | 0.114        | 0.114 |
| Carne                          | 0.46 kg/0.7 = 0.657 kg      | 1.3            | 1.3 | 0.854        | 0.854 |
| Custo de corte<br>p/ aparas    | 0.34 kg/0.7 = 0.486 kg      | 2.891          | 1.6 | 1.405        | 0.778 |
| Custo de produção<br>do salame |                             |                |     | 1.2          | 1.2   |
| Custo variável total           |                             |                |     | 3.573        | 2.946 |

Tabela 4: Custo de 1 kg de salame

Este exemplo claramente ilustra que no ambiente de produção em conjunto, custos e contribuições de produtos não podem ser calculados de forma não-ambígua.

### 1.3 Utilizando PL

Desenvolva um modelo de PL para o problema de encontrar a proporção (o *mix*) dos vários produtos finais e intermediários que maximize o lucro da empresa. Com esta abordagem não será necessária a atribuição arbitrária de custos e eventuais desequilíbrios entre os produtos podem ser diagnosticados. Além das informações já fornecidas, temos ainda limites na capacidade de produção: o departamento de corte pode processar no máximo 400 toneladas de pernil, o centro que produz copa pode processar no máximo 300 toneladas de carne de copa, e o de salame no máximo 1000 toneladas; e limite na quantidade de vendas: consegue-se vender no máximo 200 toneladas de copa. Resolva o modelo e responda:

1. De quanto aumentaria/diminuiria a receita em ECU por kg de copa se fosse possível vender mais do que 200 toneladas de copa?
2. Quanto vale a pena investir em publicidade, em ECU por kg de venda adicional esperada, com intuito de aumentar a venda de salame?
3. Qual é a (des)vantagem potencial de aumentar a capacidade de produção de salame, em ECU/kg?
4. De quanto aumentaria/diminuiria a receita se fosse possível aumentar a capacidade de produção de salame?
5. Modifique seu modelo para simular o que aconteceria se a empresa não pudesse mais comprar produtos intermediários.