

LE901 - Pesquisa Operacional - Lista 4
Prof. Moretti - 2^o Semestre de 2012

Exercício 01: E-Shop é uma empresa de compras virtual. Para cada transação (pode incluir vários itens) que você faz com a empresa, você paga uma taxa de R\$ 9.50 é cobrada. Para cada item que você vende, E-Shop cobra uma comissão que depende do preço de venda. A taxa de comissão é de 5% para (R\$ 0.00, R\$ 45], 8% para (R\$ 45, R\$ 80], 12% para (R\$ 80, R\$ 100], 15% para (R\$ 100, R\$ 120] e 20% para vendas acima de R\$ 120,00 reais. Antonio tem três livros para vender. Se os intervalos de preços aceitáveis para os três livros são [40,65], [75,90] e [90,100], respectivamente, formule com um PLI para ajudar Antonio decidir no preço exato para cada livro.

Exercício 02: Expresse as seguintes declarações usando um modelo de PLI:

- (A) Uma enfermeira pode escolher entre um turno que começa antes das 11h ou depois das 17h.
- (B) Uma tarefa deve ser completada não antes das 20h, mas, não depois das 18h.
- (C) SE o tempo de completar uma tarefa é maior do que sua data de entrega então ele é contado com uma tarefa atrasada.

Exercício 03: Troque as seguintes funções para uma formulação linear inteira:

(A) $x_1x_2 = 0, x_1, x_2 \geq 0$.

(B)

$$y = \begin{cases} 2x + 3, & 0 < x \leq a, & a > 0 \\ 3x - 5, & a < x \leq b, & b > a \end{cases}$$

Exercício 04: Uma companhia telefônica oferece vários planos diferentes para seus clientes. Plano A cobra R\$ 0.10 por minuto de uso e não tem taxa mensal. Plano B tem um ataxa mensal de R\$ 30 e uma taxa extra de R\$ 0.40 se o usuário exceder 400 minutos. Plano C tem uma taxa mensal de R\$ 40 e uma taxa extra de R\$ 0.60 por minuto se o usuário exceder 600 minutos. Ache um plano para Antonio que minimize o custo mensal se o uso mensal dele é no mínimo 410 minutos. Formule como um PLI.

Exercício 05: João "joga" em ações. Sua corretora sugere 6 diferentes tipos de ações. Formule o problema de selecionar as ações sujeito às seguintes restrições:

- (A) Para reduzir o risco de perder dinheiro, João deve comprar pelo menos 2 ações;
- (B) Devido ao orçamento limitado, he não pode comprar mais do que 4 ações;
- (C) Como as ações 3 e 5 pertencem à mesma empresa, a corretora recomenda comprar no máximo uma delas;
- (D) A corretora recomenda as seguintes combinações: ou escolher 2 ações dentre 1,2,3 e 4 ou no mínimo duas ações dentre 3,4,5 e 6;
- (E) Ação 4 pode ser comprada apenas se a ação 1 também for.

Exercício 06: Formule o seguinte problema de esquematização de tarefas em máquinas. Um conjunto de n tarefas são processadas em m máquinas ($n > m$). Cada tarefa passa por uma única máquina. Cada tarefa j tem um tempo de início (tempo em que a tarefa está pronta para ser processada) r_j e um tempo de processamento p_{ij} na máquina i e duas tarefas não podem ser processadas na mesma máquina simultaneamente. Mas, durante o mesmo intervalo de tempo, tarefas diferentes podem ser processadas em máquinas diferentes. Esquematize a ordem de processamento das tarefas de tal maneira a minimizar o makespan (o tempo em que a última tarefa sai do sistema). Considere dois casos:

(A) As m máquinas são idênticas, isto é, $p_{ij} = p_j$ para cada j .

(B) As m máquinas são diferentes.

Exercício 07: Considere o problema de esquematizar uma única máquina. Um conjunto de 8 tarefas, cada uma com pesos w_j e tempo de processamento p_{ij} são processados em uma única máquina. A tabela abaixo mostra a relação de precedência entre as tarefas

Tarefa	Conecta-se com tarefa
1	3
2	3 4
3	5 6
4	6
5	8
6	7 8
7	
8	

Seja x_j o tempo de completar a tarefa j .

- (A) Expresse a função-objetivo usando x_j .
 (B) Expresse as restrições que a tarefa 1 deve preceder a tarefa 3 e a tarefa 4 deve preceder a tarefa 6.
 (C) Expresse que duas tarefas não podem ser processadas simultaneamente. Sugestão: Para cada par de tarefas independentes, a esquematização deve ser OU i precede j OU j precede i . Seja

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a tarefa } i \text{ precede a tarefa } j ; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Formule o problema usando y_{ij} .

Exercício 08: Um conjunto de n tarefas, cada uma com tempo de processamento p_{ij} e data de entrega d_j são processados em uma única máquina. Se o tempo de completar a tarefa excede sua data de entrega então a tarefa é dita "atrasada" (tardy). Formule o problema de esquematização de tal maneira que minimize o número total de tarefas atrasadas.

Exercício 09: O volume de um certo objeto sólido muda com a temperatura, Seja t a temperatura e $f(t)$ seu índice de expansão em porcentagem. O índice de expansão troca com a temperatura de acordo com:

$$f(t) = \begin{cases} 0.002t & 0 \leq t \leq 40^\circ\text{C} \\ -0.001t + 0.12 & 40^\circ\text{C} \leq t \leq 100^\circ\text{C} \\ 0.003t - 0.28 & 100^\circ\text{C} \leq t \leq 200^\circ\text{C} \end{cases}$$

Exercício 10: Big Burger é uma rede de fast food espalhados pelos EUA. Os seus clientes podem ser divididos em três tipos: crianças, motoristas que param para um lanchinho e trabalhadores da região. Cada tipo tem preferências diferentes. A comida mais popular inclui hamburgers, fritas e refrigerantes. Eles podem ser comprados individualmente ou como "COMBO" que inclui os três itens. O preço máximo que cada grupo de cliente espera pagar por cada item ou COMBO, bem como, a estimativa mensal de cada grupo está listado na tabela abaixo. Determine o preço a ser cobrado para cada item e COMBO de tal maneira que maximize a receita das vendas.

Tipo de Cliente	Estimativa de Cliente	Preço Hamburger	Máximo Fritas	a Refrigerante	Pagar COMBO
Crianças	300	2.69	1.39	1.09	4.29
Motoristas	240	2.99	0.99	1.29	4.89
Trabalhadores	600	2.59	0.99	1.19	4.19

Exercício 11: Função-Escada: Mostre com a seguinte função-escada pode ser representada como um PLI:

$$f(x) = b_i \quad a_{i-1} \leq x \leq a_i \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

onde $b_i > b_{i-1}$ para todo $i = 1, 2, \dots, n$.