

IMPLEMENTAÇÃO E RESOLUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZANDO A PLANILHA EXCEL

1. INTRODUÇÃO

Este tutorial apresenta, passo-a-passo, o processo de implementação e resolução de modelos matemáticos na planilha Excel. Admite-se que o leitor apresenta um conhecimento prévio do aplicativo e seja capaz de realizar a entrada de dados e fórmulas.

A identificação, na planilha, das variáveis, parâmetros, restrições e função objetivo; e processo de configuração e execução do solver será detalhado neste tutorial.

O texto está organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta o modelo matemático utilizado como base ao longo do tutorial; a Seção 3 ilustra os passos para a descrição do modelo, a execução do solver e a geração de dados para a análise de sensibilidade do modelo.

2. O MODELO MATEMÁTICO

Uma empresa produz 4 tipos de molduras, diferenciadas por tamanho, formato e recursos utilizados para fabricação. A empresa espera atender o mercado, respeitando as limitações de cada recurso:

Moldura	Horas de Trabalho	Metal (kg)	Vidro (kg)
1	2	4	6
2	1	2	2
3	3	1	1
4	2	2	2
Disponível	4000	6000	10000
Custo (un.)	R\$ 8,00	R\$ 0,50	R\$ 0,75

Moldura	Preço de Venda	Limite de Vendas
1	R\$ 28,50	no máximo 1000 un.
2	R\$ 12,50	no máximo 2000 un.
3	R\$ 29,25	no máximo 500 un.
4	R\$ 21,50	no máximo 1000 un.

O objetivo é determinar a quantidade a ser produzida de cada moldura a fim de maximizar o lucro com as vendas :

$$\text{Maximizar } 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4$$

sujeito a

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 4000$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 6000$$

$$6x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 10000$$

$$x_1 \leq 1000$$

$$x_2 \leq 2000$$

$$x_3 \leq 500$$

$$x_4 \leq 1000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Para usar o SOLVER do EXCEL precisamos colocar o problema acima no formato

$$\begin{array}{l} \text{Max } z = c^t x \\ \text{s.a. } Ax \leq b \\ L \leq x \leq U \end{array}$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 4000 \\ 6000 \\ 10000 \end{bmatrix}$$

$$c^t = [6 \quad 2 \quad 4 \quad 3]$$

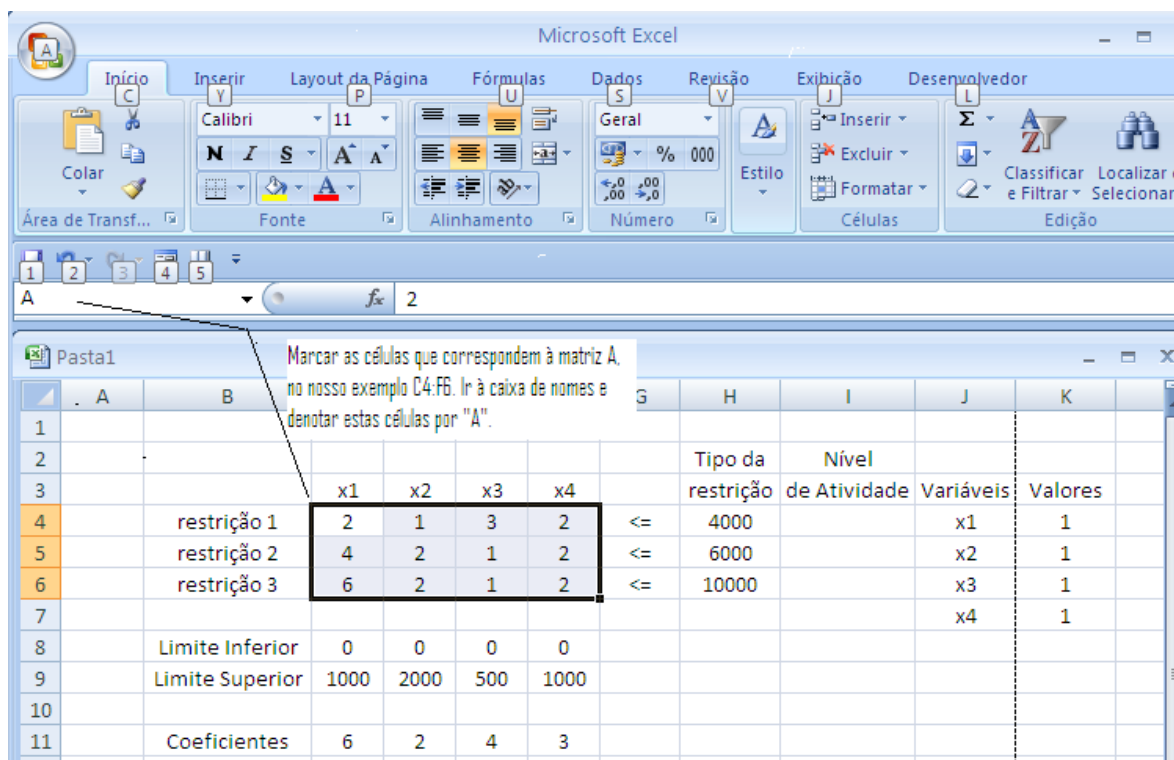
$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 1000 \\ 2000 \\ 500 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

Uma vez definido que são matriz A, vetor c, vetor b, vetor L e vetor U, abra o EXCEL e coloque as informações referentes aos dados no formato descrito abaixo:

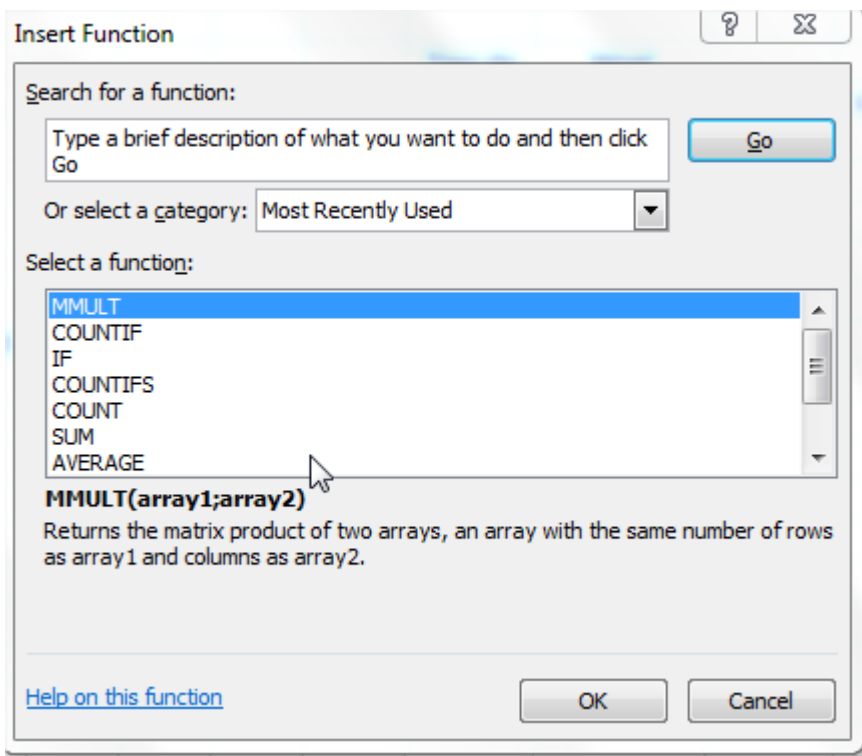
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1			A									
2			x1	x2	x3	x4		Tipo da restrição	Nível de Atividade	Variáveis	Valores	
3												
4		restrição 1	2	1	3	2	<=	4000		x1	1	
5		restrição 2	4	2	1	2	<=	6000		x2	1	
6		restrição 3	6	2	1	2	<=	10000		x3	1	
7										x4	1	
8		Limite Inferior	0	0	0	0		b				
9		Limite Superior	1000	2000	500	1000						
10											x	
11		Coeficientes	6	2	4	3						
12												
13		Função Objetivo										
14					c							
15												

Após colocar os dados do problema como na figura acima. Vamos usar a caixa de nomes do EXCEL para colocar os nomes aos intervalos das células que correspondem à matriz A, vetor b, vetor c, vetor x, vetor L e vetor U. A caixa de nomes fica logo abaixo da barra de ferramentas do EXCEL e à esquerda do símbolo "fx" que insere uma função no EXCEL. A figura abaixo mostra como inserir um nome à matriz A. Nós marcamos o intervalo de células que contém a representação da matriz A (no nosso caso C4:F6), clicamos em cima da caixa de nomes e digitamos "A" e apertamos o "ENTER". Desta forma, o EXCEL vai entender que as células de C4 a F6 tem o nome de "A".

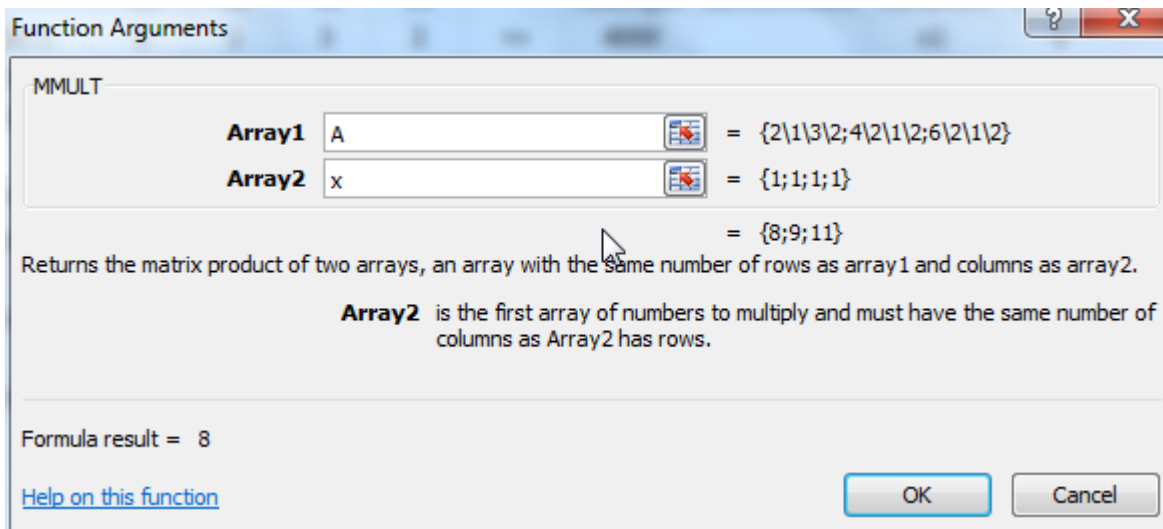


Fazemos o mesmo procedimento para inserir os vetores c, b e x. O vetor c tem que ser inserido com ct indicando que é o vetor c transposto. Isto ocorre porque o EXCEL confunde o c com a coluna c (mas, não confunde o b com a coluna b, vai entender!). Após inserirmos todas estas informações temos a planilha na seguinte forma, observe que a caixa de texto está aberta e contém todas as informações sobre os dados com os nomes "A", "b", "ct", "U" e "x".

Ao clicar em "fx", aparece a tela abaixo e escolha a função "MMULT".



A tela da função "MMULT" é da seguinte maneira



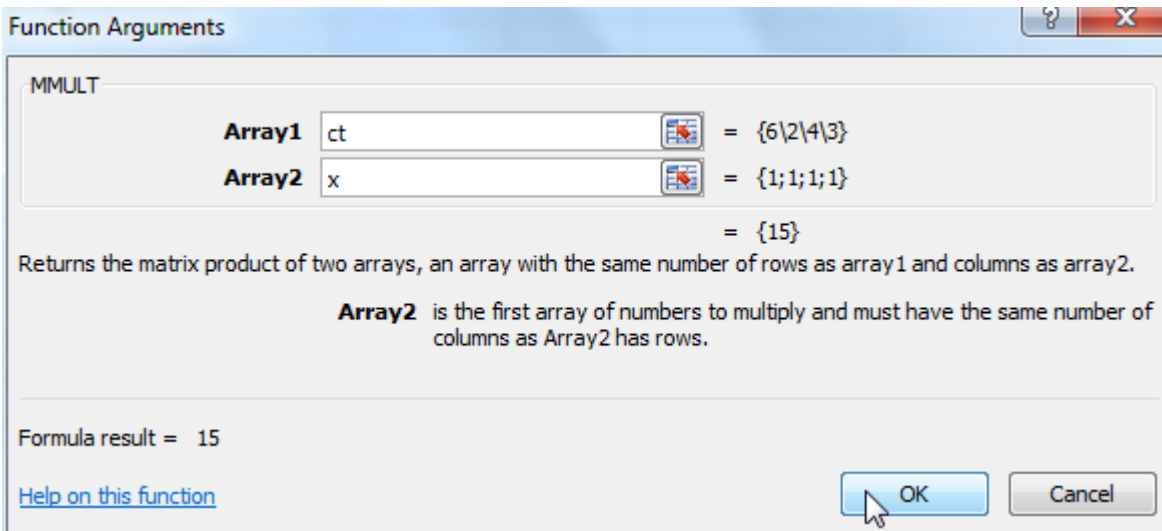
No campo "Array 1" colocamos "A" que corresponde às informações sobre a matriz A e no campo "Array 2" colocamos "x" que corresponde às informações sobre o vetor x. Ao pressionarmos "ok" o Excel faz o produto de A por x. Como tínhamos posicionado o cursor na célula "I4", o EXCEL posiciona o vetor resultante do produto "Ax" a partir da célula "I4". Mas, o EXCEL só mostra o primeiro componente deste vetor na posição "I4", para mostrar o vetor inteiro marcamos as células "I4:I6" e apertamos F2 + (Shift-Control-Enter). Assim, o resultado "(8 ,9, 11)" aparece nas células I4:I6.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2								Tipo da	Nível			
3			x1	x2	x3	x4		restrição	de Atividade	Variáveis	Valores	
4		restrição 1	2	1	3	2	<=	4000	8	x1	1	
5		restrição 2	4	2	1	2	<=	6000	9	x2	1	
6		restrição 3	6	2	1	2	<=	10000	11	x3	1	
7										x4	1	
8		Limite Inferior	0	0	0	0						
9		Limite Superior	1000	2000	500	1000						
10												
11		Coeficientes	6	2	4	3						
12												
13		Função Objetivo										
14												

Aproveitando que o vetor resultante do produto de A por x está marcado, vamos à caixa de texto e chamamos este vetor de "Ax"

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Ax												
b												
ct												
Linf												
Lsup												
x												
5		restrição 2	4	2	1	2	<=	6000	9	x2	1	
6		restrição 3	6	2	1	2	<=	10000	11	x3	1	
7										x4	1	
8		Limite Inferior	0	0	0	0						
9		Limite Superior	1000	2000	500	1000						
10												
11		Coeficientes	6	2	4	3						
12												
13		Função Objetivo										
14												
15												

Agora vamos calcular o produto do vetor c pelo vetor x que representa o valor da função objetivo. Posicionamos o cursor na célula "C13" e usamos novamente a função "MMULT" só que desta vez colocamos o vetor "ct" no Array 1 e o vetor x no Array 2.



Lembrem-se que "ct" foi o nome que colocamos na caixa de texto e que representa o vetor c transposto enquanto que "x" representa o vetor x das variáveis de decisão. Aproveitando que a célula C13 está marcada e com o valor dado pelo produto de ct por x, vamos para a caixa de nomes e colocar o nome da célula C13 de "Lucro", pois, ela representa a função-objetivo e queremos maximizar o lucro total da produção das molduras. A planilha final com todas as informações necessárias para usarmos o SOLVER do EXCEL encontra-se abaixo

		C	D	E	F	G	H	I	J	K
A										
Ax										
b							Tipo da	Nível		
ct							restrição	de Atividade	Variáveis	Valores
Lucro										
U	1	2	1	3	2	<=	4000	8	x1	1
x	2	4	2	1	2	<=	6000	9	x2	1
6	restricção 3	6	2	1	2	<=	10000	11	x3	1
7									x4	1
8	Limite Inferior	0	0	0	0					
9	Limite Superior	1000	2000	500	1000					
10										
11	Coeficientes	6	2	4	3					
12										
13	Função Objetivo	15								
14										

Agora, com estas informações vamos usar o SOLVER do EXCEL para resolver o nosso problema de Programação Linear. Mas, antes deixe-me fazer uma observação: As células I4:I6 contém o produto da matriz A pelo vetor x, logo, toda vez que o vetor x for modificado pelo algoritmo do SOLVER estas células se modificarão de acordo. O mesmo acontece com a célula D13 que contém o produto do vetor c transposto pelo vetor x. Para chamar o solver do EXCEL vamos na aba "DATA", o SOLVER é o último item à direita desta aba.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2								Tipo da	Nível				
3			x1	x2	x3	x4		restrição	de Atividade	Variáveis	Valores		
4		restrição 1	2	1	3	2	<=	4000	8	x1	1		
5		restrição 2	4	2	1	2	<=	6000	9	x2	1		
6		restrição 3	6	2	1	2	<=	10000	11	x3	1		
7										x4	1		
8		Limite Inferior	0	0	0	0							
9		Limite Superior	1000	2000	500	1000							
10													
11		Coeficientes	6	2	4	3							
12													
13		Função Objetivo	15										

Se o SOLVER não estiver instalado no seu EXCEL então vá em "FILE-->OPTIONS-->Add-in" clique no botão "Go" e abrirá uma tela com vários add-ins, clique em solver e em "Ok". Pronto, o solver está instalado na aba "DATA". Vá para a aba "DATA" e clique em Solver, uma tela do tipo da figura abaixo se abrirá e vamos colocar as informações para o SOLVER.

Solver Parameters

Set Objective: Lucro

To: Max Min Value Of: 0

By Changing Variable Cells: x

Subject to the Constraints:

Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method: Simplex LP

Solving Method
 Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

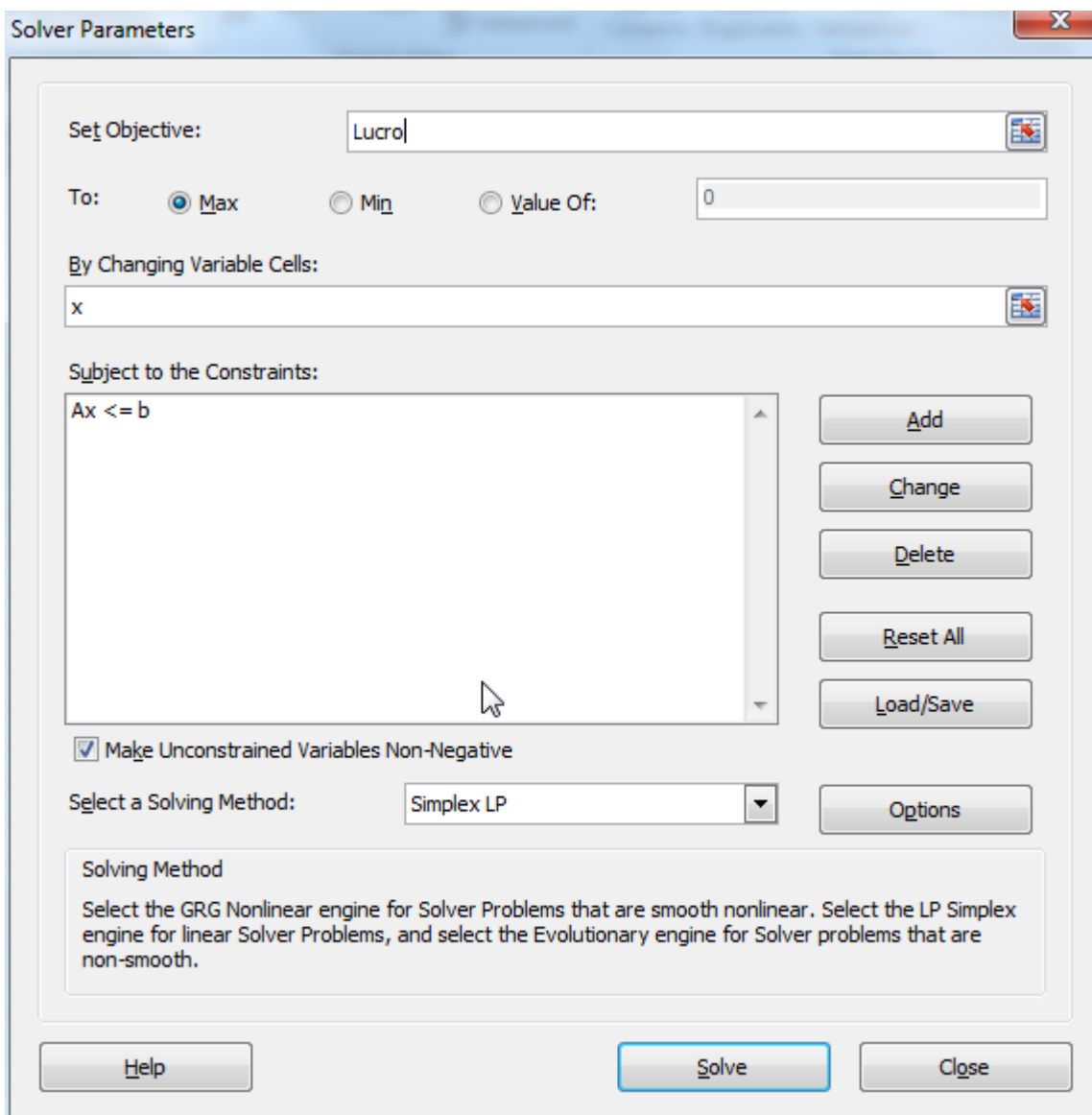
Buttons: Add, Change, Delete, Reset All, Load/Save, Options, Help, Solve, Close

Na opção “Set objectives” colocamos o nome que demos para a função-objetivo, ou seja, “Lucro”. Assim, o SOLVER fica sabendo que a célula que representada pelo nome “Lucro” contém o produto $c'x$. Como queremos maximizar o lucro, clicamos na opção “Max” na linha de baixo. Na opção “By Changing Variable Cells” colocamos o vetor x que está representado por “ x ” na caixa de nomes. Na opção “Select a Solving Method” escolhemos a opção “Simplex LP”.

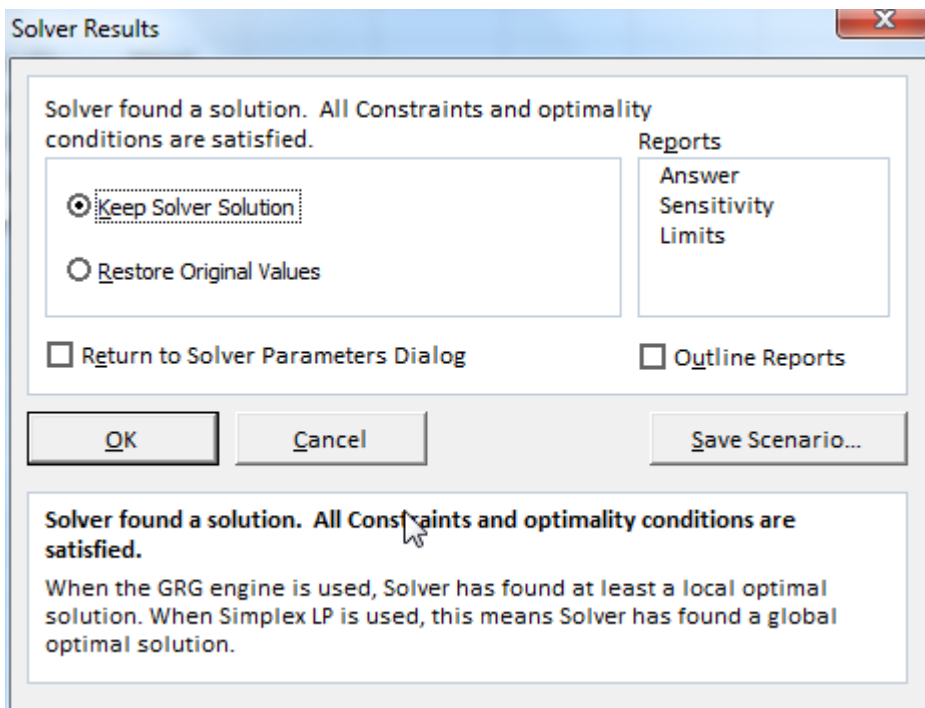
Agora, só falta adicionar as restrições do problema que está representada pelo nome “ Ax ”. Para fazermos isto, clicamos em cima d opção “Add” e a tela abaixo aparecerá



Escreva “ Ax ” na caixa “Cell Reference”, escolha o tipo do sinal das restrições (o nosso caso “ \leq ”) e escreva “ b ” na caixa “Constraint”. E, clique “Ok”. Aparecerá a tela “Solver Parameters”.



Agora clique em “Solve” e o resultado aparecerá



O SOLVER encontrou uma solução, clique em “Ok” para manter esta solução na planilha

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2								Tipo da	Nível			
3			x1	x2	x3	x4		restrição	de Atividade	Variáveis	Valores	
4		restrição 1	2	1	3	2	<=	4000	4000	x1	1400	
5		restrição 2	4	2	1	2	<=	6000	6000	x2	0	
6		restrição 3	6	2	1	2	<=	10000	8800	x3	400	
7										x4	0	
8		Limite Inferior	0	0	0	0						
9		Limite Superior	1000	2000	500	1000						
10												
11		Coeficientes	6	2	4	3						
12												
13		Função Objetiva	10000									
14												

A solução aparece diretamente na planilha. Os valores das variáveis de decisão estão na coluna “Valores”, o valor da função-objetiva está na célula C13 (que contém o produto $c^T x$). O nível de atividade de cada restrição é dado pela coluna “Nível de Atividade” que representa o valor assumido por cada restrição no ponto $x=(1400,0,400,0)$, isto é, $(4000,6000,8800)$ que deve ser menor ou igual ao vetor b $(4000,6000,10000)$.