Kátia e Rokusaburo

Matemática – volume 1

Este primeiro volume da coleção já mostra uma proposta diferente na seleção, organização e distribuição dos assuntos tradicionalmente estudados no ensino médio. O livro se inicia com um capítulo muito resumido sobre conjuntos, mas introduz, logo em seguida, noções de estatística. As funções constituem o tema central do volume, a trigonometria é dividida — parte neste volume e o restante no próximo — e as progressões aparecem no final. A apresentação gráfica é muito boa e as ilustrações são excelentes, facilitando a leitura.

Além do texto, e dos exercícios resolvidos e propostos, o livro contém diversas seções que pretendem estimular a criatividade (Invente Você), apresentar exercícios não-convencionais (Saia Dessa), recordar (Para Recordar), mostrar a relação da Matemática com a vida cotidiana (Elo) e ampliar o conhecimento de certos conceitos (Flash). A idéia é muito boa, mas quase sempre é mal realizada. O uso da calculadora é estimulado, o que é um ponto positivo para o livro.

Entretanto, há tantos erros, tantas imprecisões e tanta falta de rigor matemático em quase todos os capítulos, que esta nova proposta para o ensino acaba sendo sensivelmente prejudicada. Passemos então às observações pontuais.

Unidade 1. Conjuntos Numéricos, Intervalos na Reta Real

O capítulo sobre conjuntos é pequeno e pobre. Como não cita a relação de inclusão entre conjuntos, perde a oportunidade de fazer a conexão com a Lógica e, em particular, deixa de explicar o significado da implicação e da equivalência. Os símbolos "$\Rightarrow$" e "$\Leftrightarrow$" são utilizados informalmente, sem significado preciso.

Logo no início, há um equívoco a respeito da noção de conjunto. Não existe nenhuma idéia de "ordem" entre os elementos de um conjunto. Por definição, são rigorosamente iguais os conjuntos $\{2;3\}$, $\{3;2\}$, $\{3;3;2;2;3\}$, etc., já que possuem os mesmos elementos. Neste sentido, está incorreta a afirmativa (página 10): "O conjunto dos números naturais é ... um conjunto ordenado, já que dados dois números naturais quaisquer, é sempre possível dizer se são iguais ou se um é menor que o outro." Esta afirmativa dá a impressão de que a ordem a que se refere o autor é algo intrínseco ao conjunto dos naturais, o que não é verdade.

Existe uma infinidade de "ordens" que se podem definir em qualquer conjunto infinito, e só é "possível dizer se ... um [natural] é menor que o outro" se se tiver previamente deixado bem claro a que ordem estamos nos referindo.

O mesmo erro ocorre para o conjunto dos inteiros (página 11), para o conjunto dos números reais (página 18), e, coerentemente, vai reaparecer mais tarde na seção de Estatística (página 59), onde se fala de média, mediana e moda de "um conjunto de dados" tal como 7 9 9 9 10 10 12, e do "elemento que ocorre mais freqüentemente dentro desse conjunto". Na linguagem comum, pode-se empregar esta maneira de falar, mas em um livro didático de Matemática, para alunos que estão aprendendo a trabalhar com esses conceitos, é necessário tomar mais cuidado e falar, por exemplo, em uma "lista" (ou seqüência) de números, e não em conjunto, que é um conceito consagrado em matemática.

No Flash Matemático da página 14, a frase "De modo geral, dizemos que entre dois racionais diferentes existe uma infinidade de racionais" é infeliz, parecendo apresentar uma definição e não uma propriedade.

Na apresentação dos números irracionais (página 15), não fica clara a relação entre racionalidade e expansão decimal finita ou infinita periódica. Prova-se a irracionalidade de $\sqrt{2}$, o que é um ponto positivo, mas associam-se os irracionais às representações infinitas não-periódicas sem maiores explicações. Na seqüência do tema, chega-se mesmo a dizer (página 16): "Hoje, com o auxílio de computadores, o valor de $\sqrt{2}$ foi calculado com milhares de casas decimais e nenhuma repetição periódica foi encontrada na sua dízima", deixando a impressão que, talvez com o progresso dos computadores, vá-se descobrir que essa representação é periódica. Além disso, a frase: "São exemplos de números irracionais ... o resultado das operações entre um número racional e um irracional" induz o aluno a aceitar erradamente que, por exemplo, $0 \cdot \sqrt{2}$ e $(\sqrt{2})^2$ seriam irracionais.

Para completar as afirmativas equivocadas sobre irracionais, vem a impropriedade (infelizmente muito comum): "os números reais resultam da união dos números racionais com os irracionais" (página 18), como se os irracionais preexistissem aos reais. Na realidade, não se sabe o que é um irracional antes de definir real.

Como na maioria dos livros de Ensino Médio, os intervalos não são caracterizados. É positiva a iniciativa de chamar a atenção para o fato de que "$+\infty$ e $-\infty$ não são números reais" (página 29). No entanto, é lamentável o absurdo físico nessa mesma página: "Um corpo lançado ao espaço, se não se chocar com nenhum outro corpo, tende a se afastar cada vez mais da Terra".

É elogiável que o livro tenha a preocupação de apresentar ao aluno a calculadora, instrumento cada vez mais presente no ensino, e que discuta seu funcionamento e suas aplicações (página 34). Entretanto, a descrição da tecla $\pm$

das calculadoras é completamente inadequada: ela serve para trocar o sinal do número no visor, e não "indica números positivos e negativos", frase aliás sem sentido.

Unidade 2. Estatística

Na Seção 1 (página 34), a Estatística é caracterizada como "o ramo da Matemática que permite, de forma organizada, recolher dados sobre uma população, analisá-los e tirar conclusões". Não está errado, mas é pouco. Faltou dizer: "e utilizar esses dados para fazer previsões". Uma idéia básica, que também não foi transmitida, é que a Estatística é usada quando se está diante de alguma incerteza.

Na página 38, em um comentário sobre um quadro tirado de uma pesquisa, há um erro grave sobre matéria trivial: "entre 1986 e 1996 a quantidade de pessoas ... aumentou em 7%", referindo-se a uma porcentagem que passou de 32% a 39%. Na realidade, o número de pessoas referidas aumentou em aproximadamente 22%. Perde-se aí a oportunidade de explicar o significado de uma linguagem cada vez mais comum nos meios de comunicação — *aumentou 7 pontos percentuais.*

Na página 39, inicia-se a seção "Coleta e organização de dados" com comentários sobre tabelas e gráficos. Em primeiro lugar, a finalidade de um gráfico é produzir uma impressão rápida. Exatamente por isso, é de se lamentar que em parte alguma se comente que, nesses gráficos e pictogramas, o impacto rápido de percepção que se tem é o da área dos objetos. Perde-se inclusive a oportunidade de ilustrar esse comentário com o magnífico gráfico das prefeitas (página 42), e de se comentar a distorção do gráfico dos remédios, na mesma página. Além disso, o livro não mostra, e muito menos destaca como deveria, a importante distinção entre gráficos que representam funções numéricas daqueles que exibem percentagens de populações divididas em classes de natureza qualitativa. A conseqüência não tarda. Na página 49, aparece um gráfico cartesiano, com eixo das abscissas orientado (por uma seta) e graduado (igualmente espaçado), onde os "valores" da variável independente são: Nordeste, Norte, etc. (local de nascimento). O mesmo ocorre na página 52, com "esporte preferido". Era o momento de explicar que os gráficos de barras e setores foram inventados justamente para essas situações.

A seção sobre Porcentagem (página 45) se inicia com dois exemplos ilustrativos, cujas tentativas de explicação são particularmente infelizes.

a) "A Loja Preço Bom cobra 6% de juros sobre o valor de eletrodomésticos em vendas a prazo". Isto, segundo os autores, "significa que a cada R$ 100,00 pagos por uma mercadoria, haverá um acréscimo de R$ 6,00".

b) "Houve uma queda de 12% na produção de grãos, em toneladas". Isto

"... significa que a cada 100 toneladas de grãos produzidos, 12 toneladas deixaram de ser produzidos".

A segunda não deixa claro que a palavra "produzidos" refere-se, na primeira vez que aparece, à produção anterior, e na segunda, à produção no período seguinte. Já a primeira reflete um erro típico no trato de vendas a prazo, o erro que supõe que, mesmo em presença de juros, possam-se comparar preços em épocas diferentes, sem falar que não se menciona o número de pagamentos, nem se há entrada. Este erro fica gritante mais adiante, já que o exercício 4, na página seguinte, tem como enunciado: "Comprei um eletrodoméstico na Loja Preço Bom para pagar em três vezes. Nessas condições, o preço do aparelho, que é de R$ 486,00, sofre um acréscimo de 6%. Quanto gastei nessa compra?" A solução oferecida é: $486 + 0{,}06 \cdot 486 = 515{,}16$. Supondo, como qualquer um o faria, que as prestações são mensais e iguais, o exercício, com quase os mesmos dados que o exemplo da página anterior, parece sugerir (embora não esteja claro) que os juros são de 6% ao mês. Nesse caso, as prestações seriam de R$ 171,53, se a primeira parcela fosse paga no ato de compra, ou de R$ 181,82, se a primeira parcela fosse paga 30 dias após a compra, pois:

$$171{,}53 + \frac{171{,}53}{1{,}06} + \frac{171{,}53}{1{,}06^2} \cong \frac{181{,}82}{1{,}06} + \frac{181{,}82}{1{,}06^2} + \frac{181{,}81}{1{,}06^3} \cong 486{,}00.$$

A única maneira de entender o resultado 515,16 seria supor que o comprador tivesse optado pelo primeiro esquema e o vendedor fixasse as prestações em 181,82. Aí sim, o preço, referido à época de compra, seria de 515,16 e teria, então, um acréscimo de 6%. De fato: $181{,}62 + \dfrac{181{,}82}{1{,}06} + \dfrac{181{,}82}{1{,}06^2} \cong 515{,}16$. Mas não parece ser isto que o problema quer dizer.

É elogiável (levando em consideração certos hábitos que circulam) que o livro deixe claro que % é centésimo e que não arme desnecessariamente uma regra de três para o cálculo de porcentagem. Infelizmente, porém, este último procedimento reaparece como "outro modo" nas páginas 46 e 47.

É positivo que seja mencionada a construção de gráficos de setores por meio de um transferidor (página 53), mas seria também útil mencionar os programas de computador que constróem tais gráficos, já que esses programas (planilhas, por exemplo) são facilmente acessíveis a qualquer aluno hoje em dia.

No Flash Matemático da página 55, é apresentada a regra para arredondar dados, em forma imperativa, de receita. Por que dar uma receita em vez de dizer que se arredonda para o valor mais próximo, para minimizar o erro?

Na página 61, aparece um conceito singular de média aritmética: "dizer que a média aritmética das alturas é 2,02m é imaginar que todos os jogadores têm a mesma altura".

Unidade 3. Relação e Função

O capítulo se inicia com o plano cartesiano. Entretanto, "Cartesius" não era um pseudônimo de Descartes (como diz o livro), e sim seu nome em latim. Pequenos erros e imprecisões são comuns em todo o capítulo. Na página 70, a afirmativa sobre a origem: "o ponto O corresponde a zero" é inadequada, já que pontos aqui devem corresponder a pares ordenados de números e, na página 73, encontramos o erro muito comum de falar em gráfico cartesiano, no contexto de produto cartesiano de conjuntos quaisquer, sem ter o cuidado de ressaltar que este tipo de gráfico só pode ser empregado se os fatores do produto forem subconjuntos dos reais. Na página 76, há um diagrama intitulado "diagrama de flechas", sem nenhuma flecha.

Na página 79, é apresentado o conceito de função. Apesar do tratamento conjuntista, não se encontra uma definição explícita de função. Já o exemplo informal que serve para introduzir o conceito é de rara infelicidade, parecendo sugerir que função tenha algo a ver com aumento: "o gráfico ... nos permite conhecer o aumento do número de brasileiros que viajam ao exterior em função do tempo ...". Os únicos exemplos de funções reais definidas para todo real (que são as mais usuais no ensino médio) encontram-se em poucos exercícios. O exercício resolvido 6 da página 81 apresenta tabelas finitas para funções de $\mathbb{Z}$ em $\mathbb{Z}$, e convida o aluno a adivinhar leis de formação discutíveis: quem pode garantir como serão os outros pares? Além disso, se uma função é de $\mathbb{Z}$ em $\mathbb{Z}$ então o domínio é o conjunto dos inteiros. Não tem sentido portanto perguntar qual é o domínio, uma vez que ele já foi dado. Além disso, a descrição das imagens não faz sentido; por exemplo: $\{y \in \mathbb{Z} \mid y = 2x\}$, não deixa claro quais são os valores assumidos pela variável x.

O exercício 21, página 83, é característico da confusão de conceitos que permeia o texto. Trata-se de um problema sobre uma correspondência que associa a cada pessoa o mês em que ela nasceu. O problema consiste em dizer se a correspondência é ou não uma função. *Os autores dizem que a resposta é pessoal!* Ou seja, dependendo das pessoas consideradas poderemos ter pessoas que não nasceram em mês algum, ou quem sabe, pessoas que nasceram em mais de um mês.

Na página 84, com a seção "Gráfico de função", os exemplos confundem mais do que esclarecem. Há uma constante confusão entre valores de uma função e a variação da mesma, como no caso do gráfico intitulado "crescimento da dívida ..." (página 85), ilustrado com o comentário: "... representa a variação da dívida ...", quando na verdade o que aparece são os valores da dívida em função do tempo. Curiosamente, lemos mais adiante, na página 92, que "para a completa caracterização de uma função necessitamos de ... [além de outras coisas] ... uma sentença aberta $y = f(x)$ que a todo $x \in D(F)$ possibilita o cálculo de $y \in CD(f)$". Nada disto aparece nos exemplos das páginas 84 e 85, e em muitos outros do livro. Além disso, tal como aconteceu no capítulo de Estatística, o livro não faz uma distinção clara entre gráficos cartesianos que representam funções numéricas e gráficos que exibem percentagens de populações divididas em categorias, ou seja, classes de natureza qualitativa, como o da "briga pelo mundo", na página 90.

Aliás, o problema da "briga pelo mundo" é também bastante característico da confusão de conceitos, já anunciando um incrível erro que se repetirá posteriormente. Trata-se de um problema sobre a posição da Coca e da Pepsi no mercado de refrigerantes de alguns países. É mostrado um gráfico — bonito, por sinal — que, entre outras coisas, mostra que, no México, a Coca-Cola detém 60% do mercado de refrigerantes, contra 21% da sua rival, a Pepsi; já nos Estados Unidos, a Coca detém 42% contra 31% da Pepsi. Uma das perguntas é: "Qual é o país onde a Pepsi é mais consumida? E a Coca-Cola?". Os autores respondem: "A Pepsi é mais consumida nos EUA e a Coca-Cola, no México". Ora, a população do México é de cerca de 97 milhões de habitantes e a dos Estados Unidos, de quase o triplo, cerca de 275 milhões. Além disso, sendo os Estados Unidos mais ricos do que o México, é razoável supor que o mercado americano seja maior do que o triplo do mexicano. Portanto, 42% do mercado americano devem ser maiores do que 60% do mexicano — aliás, devem ser maiores do que o dobro do mercado mexicano. Portanto, o país no qual a Coca-Cola é mais consumida não é o México. Apesar de 60 ser maior que 42, não é verdade que 60% (do mercado mexicano) sejam maiores que 42% (do mercado americano).

Nas página 86, inicia-se a seção: "Estudo de funções através de gráficos cartesianos". É dito que "para representar graficamente uma função, devemos: 1) fixar um referencial cartesiano; 2) fazer uma tabela de dupla entrada, com números que satisfaçam à equação $y = f(x)$ ...; 3) localizar no referencial os pontos associados aos pares ordenados." Em primeiro lugar, a tabela em questão não é de dupla entrada; a entrada é uma só: os valores de x. A terceira recomendação é obviamente impossível de ser seguida, quando o domínio for um conjunto infinito. É o que ocorre logo no segundo exemplo, onde figura o comentário: "Nessa função, é impossível calcular as imagens de todos os elementos de $D(f)$." A solução é: "Atribuindo a x alguns valores, temos a tabela: ...". Segue uma tabela com 4 valores e suas imagens, com a conclusão: "e enxergamos que o gráfico de f é uma reta." Ou seja, a partir de 4 pontos, determina-se a natureza do gráfico, sem nenhum argumento geométrico relacionado com a expressão definidora $y = x + 0{,}5$. Convenhamos que isto não é educativo.

Os exercícios pretendem mostrar situações reais mas nem sempre são bem sucedidos. Imprecisões continuam a aparecer como no exercício 39 da página 90 onde se pede para determinar um gráfico que represente a "variação" do imposto de renda a pagar em função do salário. É claro que não se trata de nenhuma variação. O problema é interessante, apesar de simples, é da vida real e, inclusive, essa situação já foi explorada em alguns concursos vestibulares. A definição do imposto a pagar é feita por faixas de renda e não é evidente que o imposto seja uma função contínua da renda — o que faz com que alguns pensem, erradamente, ser interessante receber um pouco menos para que diminua a alíquota, o que diminuiria o imposto a pagar. A resposta oferecida pelos autores é completamente absurda, pois os mesmos confundem o imposto a pagar com a sua alíquota.

São inconvenientes o símbolo: $15+? = [40, 50]$ e outros análogos na página 95, em um exercício de uso da calculadora, e é ininteligível o ELO da página 96: "Saltando em números".

O capítulo que apresenta as funções é extremamente pobre em teoria. Não fala em funções crescentes ou decrescentes e não explora os valores máximo e mínimo de uma função em um intervalo. Em suma, há muito colorido para pouco conteúdo matemático.

Unidade 4. Função do Primeiro Grau

Em primeiro lugar, deve-se ressaltar que o nome "função do primeiro grau" não é adequado, pois parece sugerir que função tem grau. Quem tem grau são os polinômios. Um título melhor seria: "função polinomial do primeiro grau". Mas melhor ainda seria estudar de uma vez só as funções afins, que englobam as constantes e as polinomiais do primeiro grau. Devido a essa escolha menos conveniente, os autores são obrigados a inserir (página 111) um "Flash matemático" sobre essas funções, que, a rigor, não pertenceriam a esta Unidade. Só que, nesse Flash, deixam de considerar a função nula como caso particular de função constante e, além disso, cometem um erro grave, ao afirmar que o gráfico da função nula "se reduz a um único ponto, que é a origem" (!).

O exemplo usado para introduzir "função do primeiro grau" (página 97) é o de uma função definida nos naturais, isto é, uma seqüência. O exemplo é desenvolvido do seguinte modo: uma loja vende cada pneu a R$ 40,00 e cobra um preço fixo de R$ 8,00 pela troca; "sendo x o número de pneus vendidos e y o ganho correspondente, ..., podemos escrever ... :

$$\begin{aligned} &\text{para } x = 1, \quad y = 40 + 8;\\ &\text{para } x = 2, \quad y = 2 \cdot 40 + 8;\\ &\text{para } x = 3, \quad y = 3 \cdot 40 + 8\\ &\text{para } x = 4, \quad y = 4 \cdot 40 + 8. \end{aligned}$$

Generalizando, temos $y = 40x + 8$".

Aqui encontramos um exemplo de um péssimo hábito de raciocínio, que, infelizmente, parece estar ganhando cada vez mais adeptos. É absolutamente sadio que se façam experimentos para conjecturar leis de formação. Mas na hora de *generalizar* (de maneira digna deste nome), é necessário que se tenha um motivo de natureza *geral*, e não apenas confiemos no nosso poder de adivinhação, contra o qual existe uma infinidade de conhecidos contra-exemplos. De acordo com o raciocínio apresentado, $y = 40x + 8$, não porque isto resulte do próprio conceito de multiplicação de naturais, mas porque os 4 primeiros valores parecem sugerir tal fórmula. Além disso, para mostrar o quanto este problema é artificial, seria muito interessante saber se, comprando apenas um pneu reserva, a troca seria cobrada ou se seria possível comprar 16 pneus.

A questão da confusão entre funções polinomiais do 1º grau e seqüências reaparece, por exemplo, no Flash da página 111, onde o preço de chicletes é função do número de chicletes comprados. O gráfico é apresentado como uma reta, embora o número de chicletes só possa ser um inteiro positivo.

A idéia de mostrar que o gráfico de $y = ax + b$ pode ser obtido por uma translação do gráfico de $y = ax$ é boa (página 98), mas, além de faltar a recíproca, a abordagem peca por um vício análogo ao citado no parágrafo anterior. Para o gráfico de $y = 2x+3$, primeiramente, a marcação de 4 pontos "sugere que o gráfico será uma reta". Aqui a linguagem melhorou muito, mas logo depois, é afirmado: "a reta r é o gráfico da função", antes de qualquer argumentação geométrica. Esta argumentação vem a seguir, com a consideração de ângulos, o que também é positivo, mas a apresentação é confusa (há uma medição experimental dos ângulos, assim como também na página 101). Melhor é a argumentação da página 98, para retas passando pela origem, usando semelhança de triângulos, mas no final das contas, não fica claro para o aluno a interpretação do coeficiente angular.

No exercício resolvido 5 da página 104, lê-se: "sabemos que uma função do 1º grau f é do tipo $f(x) = ax$, com $a \neq 0$". E o exercício é resolvido de modo coerente com esta "definição", que contraria a própria definição anterior dos autores.

Na página 106, o quadro de classificação de retas em concorrentes, perpendiculares e paralelas, sugere que perpendiculares não sejam concorrentes. Essa classificação é completamente sem sentido e o leitor cuidadoso poderá verificar que no desenho onde se mostram retas concorrentes, elas também são rigorosamente perpendiculares. Uma total confusão. É discutível a conveniência de abordar a condição de perpendicularismo entre retas em um exercício (21), sem ao menos uma sugestão. Na verdade este fato nem precisaria ser mencionado aqui onde se estudam as funções. O capítulo sobre geometria analítica é o lugar ideal para examinar em detalhes o perpendicularismo de retas.

A seção sobre "Função crescente e função decrescente" (página 107) apresenta as definições relevantes como uma conclusão, após dois exemplos. Perde-se mais uma boa oportunidade de fazer um pouquinho de matemática: o fato de que $y = 2x$ "cresce de duas unidades para cada unidade de variação de x" é apresentado como uma observação a partir de 4 valores. Poderia comentar que $y = 2(x + 1) = 2x + 2$. Por isto, não fica clara a influência do sinal do coeficiente a no crescimento da função, tão simples de justificar. Deve ser notado que, na observação da página 109, fala-se em função "estritamente crescente e estritamente decrescente", termos não definidos anteriormente, e que na realidade são usados por autores que seguem uma nomenclatura diferente, dando a impressão de ter sido tirada inadvertidamente de outro livro.

É positivo o fato de inequações do 1º grau serem tratadas no contexto de funções afins (página 112). Esse procedimento estimula a visualização geométrica das manipulações algébricas mas, por isso mesmo, seria aconselhável deixar mais claro que $f(x) > 0$ corresponde a gráfico acima do eixo X, etc.

Também é louvável, quando se introduz o conceito de solução, a preocupação em comentar não só o que é, mas também o que não é solução, um detalhe às vezes esquecido. No entanto, na página 119, após a resolução da inequação $\dfrac{x-1}{x-2} \leq 2$, comenta-se que "é freqüente o aluno cometer o erro de eliminar os denominadores em inequação fracionária: $\dfrac{x-1}{x-2} \leq 2 \Rightarrow x - 1 \leq 2x - 4$ e daí concluir que $x \geq 3$. Não faça isso, porque as soluções são diferentes". Em primeiro lugar, não há erro algum em eliminar denominadores em uma inequação fracionária; de fato, o denominador pode ser constante ou de sinal conhecido (devido a alguma condição do problema), ou ainda pode-se eliminar o denominador distinguindo casos. A fonte de qualquer erro nesse contexto está no desconhecimento das propriedades das inequações (afirmadas na página 112 sem nenhuma justificativa) e do relacionamento dessas propriedades com o ato mecânico de "eliminar denominadores". E é justamente este alerta que falta na observação: "não faça isso, porque as soluções são diferentes", quando deveria ser: "não faça isso, porque o que você está fazendo é multiplicar ambos os membros da inequação por um fator que você não sabe de antemão se é positivo ou negativo e, no entanto, está mantendo o sentido da desigualdade, e isto é errado".

Em todo o estudo da função polinomial do 1º grau e de seu gráfico, não há nenhuma alusão ao quociente $[f(b)-f(a)]/(b-a)$, cuja constância é característica deste tipo de função. Também não aparece o termo "taxa de variação". O significado do coeficiente a na expressão $f(x) = ax+b$ é mal explicado. Nenhuma menção é feita às situações em que a função afim é adequada à modelagem de um problema. Nenhuma aplicação relevante é feita.

Unidade 5. Função do Segundo Grau

Inicialmente, deve-se ressaltar que o nome "função do segundo grau" é infeliz, pois parece sugerir que função tem grau. Um título melhor seria: "função quadrática".

Também não foi bem escolhida a motivação. Foguetes transportando satélites não se movimentam desse jeito simplista. Porém o mais importante é que a parte gráfica é insatisfatória. Não há uma conceituação geométrica de parábola, não se relaciona a parábola com o gráfico da função quadrática (páginas 125 a 127). Há uma tentativa de dedução das coordenadas do vértice na página 130, onde é suposta, sem justificação, a existência de um eixo de simetria. Perde-se totalmente a oportunidade de usar, para isto, o Flash da página 127, onde aparece a forma fatorada do trinômio do 2º grau. O mesmo ocorre com os valores máximo ou mínimo das funções quadráticas (página 135), fato que é conseqüência imediata da forma fatorada. Tal como aconteceu com a função polinomial do 1º grau, nenhuma menção é feita às situações em que a função afim é adequada à modelagem de um problema. Nenhuma aplicação relevante é feita. Pelo contrário, são apresentados problemas cuja finalidade é substituir letras em fórmulas surgidas não se sabe de onde, como por exemplo, no problema 22 da página 138: "A potência elétrica lançada (sic) num circuito por um gerador é expressa por: $P = 10i - 5i^2(SI)$ (sic), onde i é a intensidade ... Calcule a intensidade ... para que se possa obter a potência máxima do gerador".

Querendo motivar o uso de calculadora, na página 122 se propõe o "jogo do intervalo". O primeiro jogador "escreve na calculadora um número", o segundo multiplica esse número por outro à sua escolha, o primeiro multiplica o resultado obtido por outro número à sua escolha e o jogo continua até que um dos jogadores consiga um resultado dentro do intervalo [80, 90]. Tal jogador é o vencedor. Se o primeiro jogador escolher 85, parece que ele ganhará o jogo sem dar oportunidade a que seu adversário jogue! Se o primeiro jogador conseguir o prodígio de não ganhar o jogo na primeira rodada, escolhendo um número x diferente de zero e fora do intervalo [80, 90], parece que o segundo jogador ganhará o jogo escolhendo o quociente da divisão de 85 por x. Sem maiores comentários.

Unidade 6. Função Exponencial

Começar um capítulo com uma situação motivadora é excelente. Entretanto, a análise feita da situação apresentada está errada. Se a planta crescesse por x meses, seu diâmetro não seria 3^x.

Na página 150 há um erro repetido duas vezes. Nas restrições sobre a base da exponencial deve-se ter $a > 0$ e não simplesmente $a \neq 0$. A menção à calculadora é boa, mas deve-se lembrar que ela serve para calcular, não para definir. Na página 152 lemos: "De um modo geral, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, com $a \neq 0$". Fica parecendo ao leitor que a propriedade vale porque a calculadora assim calcula. Não é verdade: trata-se da definição de expoente negativo.

Nos exercícios há enunciados imprecisos, enunciados errados e respostas idem. Por exemplo:

a) no exercício 9 da página 153, o enunciado deveria deixar claro que cada termo da seqüência é igual ao anterior multiplicado por 10. O aluno não tem obrigação de adivinhar como os autores imaginaram os demais termos da seqüência.

b) o exercício 10c está com a resposta errada.

c) o exercício 2 da seção "Invente Você" está errado. Uma função exponencial não pode ter tal imagem.

O livro não faz a caracterização da função exponencial, ou seja, não mostra em que situação a função exponencial é adequada para modelar um problema. Há alguns exercícios de aplicação, mas os alunos entenderão que devem usar a função exponencial apenas porque este é o tema do capítulo.

Unidade 7. Logaritmo

O capítulo começa com uma situação totalmente irreal. É claro que situações contextualizadas motivam a leitura e aumentam a cultura do aluno mas, justamente por isto, exemplos artificiais devem ser evitados. A linguagem utilizada no texto é boa, quase em tom de conversa com o leitor, mas por vezes peca pela falta de explicações adequadas. Na página 164 lemos uma frase obscura: "As restrições impostas à base do logaritmo garantem que o logaritmo exista e seja único". Também, mais adiante, na página 168 o texto se refere a propriedades de potências de expoente real que não foram provadas. O livro deveria dizer que os valores dos logaritmos encontrados nas tabelas (ou mesmo na calculadora) são apenas aproximações e deveria definir o número e, base dos logaritmos neperianos. O pequeno texto que se vê na página 183 não esclarece nada, e o aluno que não conhece o número e continuará sem conhecê-lo.

A freqüente utilização da calculadora em diversas partes do livro é elogiável, mas na página 187 vemos um caso de má utilização. Na solução do exercício 22, para calcular $1{,}06^3$, o livro recomenda que se usem logaritmos e a calculadora para obter o logaritmo de 1,06. Ora, se o aluno está utilizando uma calculadora científica, o natural seria utilizar a tecla y^x e não aplicar logaritmos.

O enunciado do exercício 3 da seção "Saia dessa" está errado.

Depois de todo o capítulo de logaritmos, o Flash da página 191 é totalmente inadequado. Não parece ter sido escrito pelos autores, uma vez que tenta definir o que seja o logaritmo com o auxílio da calculadora.

Para terminar a crítica ao capítulo devemos observar o texto da página 192 que fala de medição de magnitude de terremotos, uma interessante aplicação dos logaritmos. A respeito da escala Richter, que determina a magnitude de terremotos, o livro oferece duas informações conflitantes. No Elo (página 192), magnitudes na escala Richter satisfazem:

$$R_1 - R_2 = \log \frac{M_1}{M_2}\,, \text{ sendo os } R \text{ as magnitudes e os } M \text{ as energias liberadas.}$$

No exercício 40 da página 188, aparece uma fórmula que implica $R_1 - R_2 = \frac{2}{3} \log \frac{M_1}{M_2} \cdot$ Na verdade, usando unidades do SI, a relação correta é

$$R = \frac{2}{3} \log M - 3{,}2, \quad \text{que implica} \quad R_1 - R_2 = \frac{2}{3} \log \frac{M_1}{M_2} \cdot$$

A energia liberada por um terremoto de magnitude 0 é de aproximadamente $1{,}8 \cdot 10^{-2}$ kWh e não $7 \cdot 10^{-3}$ kWh. Além disso, o maior terremoto conhecido não ocorreu no Japão, na primeira metade do século XX, e sim no Chile, em 22 de maio de 1960.

O capítulo aborda corretamente as propriedades dos logaritmos, faz a relação da função logaritmo com a exponencial, possui exercícios manipulativos adequados e vários de aplicação em situações concretas.

Unidade 8. Módulo de um número real

Este capítulo tem o mérito de dedicar poucas páginas ao assunto. Diz o essencial, de forma clara e objetiva, e explora bem os gráficos.

Unidade 9. Função composta, Função inversa

A situação que introduz o assunto de composição de funções não foi bem escolhida. Funções relacionadas com pressão e temperatura de atividades vulcânicas não são facilmente compreendidas pelos estudantes.

O livro explica o essencial. O significado da composição de uma função bijetora com sua inversa, que deveria ser destacado, é apenas comentado em um exemplo. O fato de os gráficos de uma função e sua inversa serem simétricos em relação à reta $y = x$ aparece como uma observação no fim do exercício 7 da página 213, e não se enfatiza devidamente que isto é um fato geral. Imprecisões continuam a ocorrer. No exercício 1 da página 214 não se entende a pergunta do item a) e o Flash da página 216 é obscuro, tendo em vista o que se estudou sobre função inversa.

Unidade 10. Triângulo retângulo

O capítulo é bem feito e contém o material básico para o estudo da trigonometria que virá a seguir. O teorema de Tales é citado e o texto diz que a semelhança de triângulos é uma conseqüência, mas não mostra como. O que não combina é a observação ao pé da página 223. O importante seria lembrar que dois triângulos que possuem os mesmos ângulos são semelhantes, ou seja, possuem lados proporcionais. O que está escrito na observação é redundante e não é um bom lembrete para o conceito.

Os exercícios são adequados e interessantes, e tanto o "Flash" quanto o "Elo" são bons.

Unidade 11. Arcos, Ângulos e Círculo trigonométrico

Definir medida de um arco de circunferência é tarefa delicada e nem sempre bem sucedida nos livros didáticos brasileiros. É o caso do presente livro. Na página 243, o texto afirma que "a medida linear de um arco é o seu comprimento, ou seja, a distância linear entre suas extremidades". Realmente não é isto. Em seguida fala na medida angular como "razão entre dois arcos", que é coisa obscura.

Para introduzir a medida em radianos, o texto afirma que "a medida de um arco é proporcional à medida do ângulo central que o intercepta". Em primeiro lugar, deveria dizer subtende em vez de intercepta, e, em segundo lugar, não explica a razão dessa proporcionalidade. A explicação está na semelhança, citada anteriormente, mas não utilizada aqui.

O círculo trigonométrico é introduzido de forma um pouco confusa, mas nos exemplos há uma real tentativa de esclarecer as coisas para o leitor.

Unidade 12. Funções trigonométricas

O capítulo se inicia citando fórmulas da Física como elemento motivador. Algumas são bastante misteriosas, uma vez que o significado dos símbolos não foi explicitado. Na verdade, os ângulos contidos nessas fórmulas nunca superam $180°$ e, por isso, não constituem uma motivação adequada para o estudo das funções trigonométricas em caráter mais geral. Sobra então o aspecto decorativo da página.

No entanto, de modo geral o capítulo é bom. O texto é claro, bem redigido e as ilustrações são excelentes. Entretanto, o livro chama impropriamente o gráfico da função co-seno de "cossenóide". Não é verdade, o gráfico da função co-seno é uma senóide, exatamente igual ao gráfico da função seno, e a diferença está apenas na posição: uma translação de $\pi/2$ faz um gráfico coincidir com o outro, pois $\operatorname{sen}(x + \pi/2) = \cos x$. No gráfico da tangente, a palavra assíntota merecia uma explicação do seu significado.

Um comentário deve ser feito em relação ao Elo da página 292, que tenta relacionar a Matemática e a Música. O tema é excelente, mas o texto está equivocado. Cita-se Stravinski (compositor do início do século XX), mas a seguir aparece a construção pitagórica da escala musical. Ora, desde o início do século XVIII, a escala musical é temperada, ou seja, é baseada em uma progressão geométrica e não nas frações que tanto entusiasmaram os gregos antigos. Quando a música ficou mais complexa, as dificuldades de afinação tornaram-se insuperáveis. Adotou-se então uma escala de 12 notas (na música ocidental) onde a freqüência de uma nota é igual à da anterior multiplicada por $\sqrt[12]{2}$. Isto permitiu a transposição, ou seja, o fato de qualquer música poder ser executada começando-se por qualquer nota e ser essencialmente a mesma. O marco definitivo dessa nova e genial idéia é a obra de J. S. Bach (1685-1750) chamada "O cravo bem temperado" que contém 24 peças, cada uma delas composta em um dos 12 tons, maiores e menores.

Matemática e Música têm uma estreita relação mas não é nada do que está escrito no livro.

Unidade 13. Redução ao 1º quadrante

O capítulo é correto.

Unidade 14. Equações trigonométricas

O capítulo aborda as equações e inequações simples, de forma clara e didática. São bons os exercícios, tanto os resolvidos quanto os propostos.

Unidade 15. Relações trigonométricas num triângulo qualquer

O capítulo trata da lei dos senos, da lei dos co-senos e da área de um triângulo qualquer. No aspecto da área, o livro cita a fórmula de Heron nas páginas 320 e 330, mas com grafias diferentes. Na primeira vez, o semiperímetro é representado por S e na segunda, por p. O mais importante, entretanto, é que o livro deveria oferecer uma demonstração da fórmula de Heron, que tem um aspecto misterioso para quem a vê pela primeira vez.

No exercício resolvido 2 da página 326, a situação é completamente irreal. Nenhuma pessoa consegue esticar cabos de 50 e 70 metros para manter um poste em posição vertical. Ainda, para determinar a distância entre as duas pessoas, não há necessidade de trigonometria. Bastaria usar uma trena.

O texto não discute explicitamente os casos de resolução de triângulos que, de qualquer forma, aparecem nos exercícios. Os casos mais fáceis aparecem nos exercícios resolvidos e os mais difíceis, nos propostos. O aluno, quando resolve, por exemplo, o exercício 13c) da página 331 (são dados dois lados e um ângulo não compreendido entre eles) e encontra duas soluções, pode ficar inseguro, e o livro deveria esclarecer porque as duas respostas são possíveis.

Na página 332, o "Saia dessa" tem dois equívocos. No primeiro problema faltou dizer no enunciado que os comprimentos de AC e BC são iguais e, no segundo, se uma trajetória faz ângulo de $30°$ com ON, então não está na direção nordeste.

Unidade 16. Progressão aritmética, Progressão geométrica

O capítulo inicia com uma bela figura do floco de neve. Entretanto, o matemático sueco Niels Fabian Helge von Koch (1870–1924), discípulo e sucessor de Mittag-Leffler na Universidade de Estocolmo, é apresentado como um artista plástico. A motivação é excelente, mas ficará desperdiçada, pois a curva de Koch não tornará a aparecer.

O livro diz que uma seqüência numérica pode não ter uma lei de formação. Isto é um equívoco. Se não tiver uma lei de formação, a seqüência não existe. Talvez o autor queira dizer que nem sempre existe uma fórmula que permita determinar cada elemento da seqüência. Adequadamente, o livro define seqüência como função com domínio nos naturais. Não se entende, entretanto, a razão de se excluir o zero do domínio, e também sente-se falta de uma palavra sobre seqüências finitas.

As fórmulas dos termos gerais das progressões são obtidas por um método desnecessariamente complicado. Não são feitas as conexões da progressão aritmética com a função afim e da progressão geométrica com a função exponencial. Não aparecem também os gráficos que permitiriam fazer facilmente essas ligações.

A figura do exercício resolvido 11 da página 351 é bonita, mas não permite concluir que a base da pirâmide seja triangular. Isto deveria ser dito no enunciado. Na página 353, deveria ser dito que a propriedade da média geométrica só vale quando os termos são positivos: na progressão, $1, -2, 4$, o segundo termo não é média geométrica entre o primeiro e o terceiro.

Os exercícios são bons, muitos contextualizados e em graus diferentes de dificuldade.

Testes de Vestibulares

Estão erradas as respostas dos testes 3 (a correta é A), 11 (Fatec-SP) (há três alternativas corretas: A, B e C), 21 (a correta é B), 48 (a correta é B), 65 (UNESP-SP) (não apresenta alternativa correta), 68 (UFPI) (não apresenta alternativa correta; a que os autores acham correta é falsa se x não for positivo), 69 (UFPA) (não apresenta alternativa correta; os domínios de f e f^{-1} são diferentes), 121 (FUVEST) (não apresenta alternativa correta). O teste 34 (UFRS) é um exemplo de questão artificial que deveria ser evitada. Na Terra, projéteis não se movimentam segundo tal equação. O enunciado do teste 63 (FEI-SP) é absurdo. Como pode tal condição ser satisfeita qualquer que seja x real? E, como pode a questão perguntar os valores de x, se o enunciado já afirma que a condição é satisfeita por qualquer x real? No enunciado do teste 120 (Mackenzie) deveria ser "ilimitada" onde está "limitada".

Conclusão

O livro tem boas idéias. Procura iniciar cada capítulo com uma situação motivadora, o que é ótimo. Entretanto, muitas dessas situações são artificiais e, na maioria das vezes, não são exploradas ou resolvidas no decorrer do capítulo.

O livro é bem estruturado, a linguagem é adequada e tanto a diagramação quanto as ilustrações são excelentes, o que facilita a leitura. Há uma clara preocupação de fornecer tanto exercícios de manipulação em quantidade suficiente para o aprendizado dos novos conceitos quanto exercícios de aplicações em situações concretas. Neste último aspecto, nem sempre o livro é bem sucedido pois muitos dos exercícios contextualizados são totalmente irreais.

O permanente uso da calculadora deve ser elogiado e é a característica que o diferencia dos outros similares nacionais. Deve-se também registrar a existência de outras seções no final de cada capítulo como "Invente Você", "Saia Dessa", "Para Recordar", "Flash" e "Elo", que são excelentes para um aprendizado mais completo, mas quase sempre são mal realizadas.

Infelizmente o livro possui muitos erros e imprecisões, como apontamos neste relatório. Com as necessárias correções este livro estará na direção que sugere os novos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Kátia e Rokusaburo

Matemática – volume 2

O segundo volume da coleção dá continuidade à proposta apresentada no primeiro. A primeira parte do livro é dedicada a Estatística (ampliando o que foi abordado no volume anterior), Contagem, Binômio de Newton e Probabilidades. Na segunda parte são estudados Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes. A terceira parte é dedicada a Geometria Espacial e a quarta parte complementa a Trigonometria iniciada no primeiro volume.

A apresentação é boa e as ilustrações são boas também, em geral. Além do texto, exercícios resolvidos e propostos, o livro contém diversas seções que pretendem estimular a criatividade (Invente Você), apresentar exercícios não-convencionais (Saia Dessa), recordar (Para Recordar), mostrar a relação da Matemática com a vida cotidiana (Elo) e ampliar o conhecimento de certos conceitos (Flash), mantendo a uniformidade em relação ao primeiro volume. Uniformidade que se estende aos erros, imprecisões e contradições, em número muito maior que o suportável em um livro didático.

Passemos então às observações do segundo volume.

Unidade 1. Estatística

O capítulo se inicia com a classificação das variáveis. A classificação das variáveis quantitativas dá margem a muita confusão. O problema é que, nas aplicações, é muito tênue a fronteira entre o que é discreto e o que é contínuo. A altura das pessoas, por exemplo, é contínua, mas, como é medida com aproximação a centímetro, se torna discreta. No texto, preço é discreto, mas, na resposta do exercício 1d, ganhos são contínuos. Evitar este tipo de discussão, em vez de facilitar a compreensão, serve para dificultá-la.

Além disso, há uma confusão entre variáveis quantitativas e qualitativas (categóricas). Na resposta do exercício 1a, cor dos cabelos é considerado variável discreta.

Há também enunciados redigidos com descuido, como, por exemplo, o do exemplo de variável contínua, “altura de uma pessoa ao longo de dois anos”, que é um desafio à imaginação.

A página 13 revela o quanto são simplórias as idéias estatísticas apresentadas no texto:

a) A idéia que uma amostra deva conter 10% da população pode criar uma geração de céticos quanto a, por exemplo, pesquisas eleitorais, em que uma amostra de cerca de 4 000 eleitores é capaz de prever o comportamento de um eleitorado de milhões de pessoas. Uma afirmação como essa, a pretexto de ensinar Estatística, tende a formar pessoas que não acreditam em Estatística.

b) A amostragem sistemática também é, no livro, bastante peculiar. Se fosse feita uma amostra, de tamanho 50 (já que aos autores agrada tanto a porcentagem mágica de 10%), em clube de 500 sócios, cujo cadastro estivesse ordenado pelo número de matrícula, seria obtida uma amostra de idosos.

c) Embora não seja tão grave, o livro confunde amostra estratificada com amostra estratificada com alocação proporcional.

O livro induz o aluno a achar que o que acontece na amostra certamente vai ocorrer na população inteira. Assim se afirma, no item c do exercício da página 20: se, em uma amostra de tamanho 25, 35% dos clientes têm 14 anos, em uma amostra de tamanho 50, 32% dos clientes terão 14 anos. Não é verdade, existem erros de amostragem que o texto não comenta, e a mesma errônea projeção ocorre no exercício 11c da página 21.

Há diversos erros, imprecisões e obscuridades ao longo do capítulo: o gráfico de setores da página 19 (que não faz sentido, por não possuir legendas), a grafia de t_i e f_i (aparecem ti e fi), a definição de variância (que esconde que ela é a média dos quadrados dos desvios), os sinais de inclusive e exclusive (que, nas distribuições de freqüências em classes, aparecem sem maiores explicações).

No primeiro exemplo de distribuição de freqüências em classes (página 23), são usadas classes em que o limite superior de cada classe é diferente do limite inferior da classe seguinte. Isso vai causar confusão na feitura de histogramas. Neste exemplo, o livro faz um histograma disfarçado, que é batizado de gráfico de colunas. A definição de histograma (página 25) é péssima (só se preocupa com as bases dos retângulos e se esquece das alturas), e, de acordo com a definição, não seria possível fazer um histograma para a distribuição do tempo de gestação, pois as larguras devem ser iguais às amplitudes (limite superior menos limite inferior), e os retângulos devem ser justapostos.

Na página 38, a confusão é total. Além de a quantidade de dados ser representada às vezes por n e outras vezes por N, as fórmulas são escritas em notações diferentes, provavelmente por terem sido copiadas de livros diferentes. A definição de desvio médio, por não considerar as freqüências, não está escrita na linguagem das demais fórmulas. Isso atrapalha não só os leitores, mas também os autores, que erram o ER14 e repetem, por mais duas vezes, o erro cometido. O erro se inicia com uma turma na qual há 3 alunos com 15 anos, 15 alunos com 16 anos e 3 alunos com 17 anos. Calculam-se corretamente a média das idades, 16 anos, e os desvios das idades em relação à média; esses desvios são -1 (três vezes), 0 (quinze vezes) e 1 (três vezes). O desvio médio, que é $\dfrac{1 \cdot 3 + 0 \cdot 15 + 1 \cdot 3}{21} = \dfrac{2}{7} \equiv 0{,}29$, é calculado como $\dfrac{1+0+1}{21} = \dfrac{2}{21} \equiv 0{,}095$. O erro é repetido em outras duas turmas.

Aliás, o desconforto dos autores com o desvio médio já se notava desde o começo. Quando falaram em medidas de dispersão, não o citaram, e não há nenhum exercício proposto em que se peça a determinação do desvio médio.

Na página 41 aparece um extravagante conceito, o de "zona de normalidade".

Unidade 2. Contagem

Há uma pequena confusão na definição de fatorial. Define-se $n!$ para $n \geq 1$ e, em seguida aparece $0! = 1$. Imprecisões, erros e contradições aparecem. O alfabeto latino tem 26 letras na página 55 (ER6) e 23 letras na página 56 (ex. 17); a resposta do exercício 26 é 6^4 e não 4^6. O livro afirma que sempre é possível construir um triângulo cujos lados têm por medidas números inteiros e consecutivos (página 72, ex. 4a). Não é verdade. Não existe triângulo de lados 1, 2 e 3. Pior ainda é a resposta do Para Recordar 2b da página 71. Absolutamente não se pode concluir que a produção de milho do estado I seja maior que a do estado II, uma vez que não se conhecem as produções totais. Este erro, aliás, serviu de tema para uma das questões do exame Nacional de Cursos (Provão) de 2000.

O capítulo de contagem não é bom. Não é correto nem educativo classificar os problemas de contagem em problemas de arranjos, combinações ou permutações. Por exemplo, considere o seguinte e simples problema: de quantas maneiras podemos distribuir 10 balas iguais entre 3 crianças de forma que cada criança ganhe pelo menos uma bala? Um aluno que tenha lido este livro não saberia classificar este problema e provavelmente não saberia resolvê-lo.

São ferramentas básicas nos problemas de contagem, a combinação e a permutação, que correspondem às atitudes intuitivas de "escolher" e "misturar". Arranjos, portanto, podem perfeitamente ser omitidos, simplificando-se a teoria e a organização do pensamento. Não faz sentido portanto, perguntar, como no exercício 38 da página 65, "quais são os problemas de arranjo". Não há problemas que sejam de arranjo, a priori.

O livro não faz o que deveria ser o mais importante neste capítulo, estimular o raciocínio. Não há problemas em que o aluno tenha que desenvolver uma estratégia de contagem, dividindo a situação em casos. Entende-se que os exercícios resolvidos servem para orientar o pensamento do aluno. Neste sentido, as soluções dos exercícios 9 e 10 da página 63 não são educativas. Deve-se estimular o raciocínio construtivo que seria muito simples no caso, utilizando apenas o princípio fundamental da contagem. Mas como os exercícios estão na seção de "arranjo", os autores mostram apenas a solução destrutiva (contar o todo e subtrair o que não serve), que não é natural nem educativa.

Em suma, o capítulo é muito superficial, contém muitos erros e os exercícios são fracos e pouco imaginativos.

Há ainda um estranho Invente Você na página 69. "Invente um problema de combinação simples cuja pergunta seja: 'Quantos times de vôlei podem ser formados com esses 10 candidatos?' ".

A resposta da Calculadora 3, página 73, está errada.

Merece um comentário especial o Flash da página 74. Se nenhuma dezena se repete, em apenas 12 semanas você ganha a Megassena. Mas, vá lá, queriam dizer combinação e não dezena. O que é imperdoável é a conversão de semanas para anos (página 23 do Manual do Professor). A conversão é feita para meses (1 mês = 4 semanas) e daí para anos (1 ano = 12 meses). Em suma, considera-se que o ano tem 48 semanas!

Unidade 3. Binômio de Newton

Ao contrário do que afirmam os autores, não foi Newton quem demonstrou como desenvolver a potência de um binômio, o que já era conhecido pelos hindus e árabes. Não se entende para que mudar a notação das combinações. Se há alguma vantagem, não se percebe. No livro as propriedades do Triângulo de Pascal ou são porque são, ou são observações. A Relação de Stifel é também resultado de uma observação, o que é uma pena, pois sua demonstração é muito simples. O Teorema das Linhas segue o mesmo estilo: "Observe ..." seguido por um "podemos então concluir ...". O Binômio de Newton começa com "Vamos observar ..." e termina com "De forma geral ...". Convenhamos, isto não é boa Matemática.

A resposta do exercício 1 do "Para Recordar" (página 90) está completamente errada.

Há ainda outro estranho Invente Você na página 89. "Invente um problema para $(2x - y)^5 \cdot (2x + y)^5$ cuja resposta seja: a soma dos coeficientes é 243."

Unidade 4. Probabilidade

O capítulo começa bem, com uma boa situação motivadora e definições corretas. Entretanto, as respostas dos exercícios nem sempre estão de acordo com essas definições (veja, por exemplo, os itens a) e b) do exercício 10, página 95).

O livro contém uma seção de probabilidade condicional com todos os detalhes e mostrando a fórmula correspondente. Mas, inexplicavelmente, quando vai abordar a probabilidade da interseção, só trata do caso dos eventos serem independentes. Novamente, erros, imprecisões e incoerências aparecem. Vamos listar algumas:

a) Página 108, exercício 38b. O livro considera que, se $p = 0{,}35$, então é falso afirmar que p é aproximadamente igual a 0,35.

b) No ótimo problema do Flash (página 111) não aparece a resposta e o livro a remete para o professor de Biologia.

c) A solução do manual do professor do "Saia Dessa" 1, página 112, é particular. O que aconteceria se o filme durasse 2h53min?

d) A solução do "Saia Dessa" 2, página 112, está errada. A justificativa da parte a) está errada e a conclusão da parte b) só vale aproximadamente. Na realidade $x = 0{,}7389\ldots$. O fato, é que o raciocínio está errado e gravemente errado, pois os autores confundem descontos com juros.

e) A resposta do "Para Recordar" 1, está errada.

f) No "Elo" da página 114 aparece o personagem, Chevalier de Méié. Trata-se de Méré, amigo de Pascal que, em 1654, lhe propôs diversas questões interessantes sobre jogos de dados.

g) No exercício 1, página 95, o enunciado "faça vários lançamentos" não condiz muito bem com a resposta do item a, na qual se considera um único lançamento.

Não há neste volume conexão entre o capítulo de probabilidades e os de estatística desenvolvidos neste volume e no anterior. Na verdade isto aparecerá no terceiro volume, mas não custa aqui avisar ou dar um exemplo antecipando o que vai ser feito depois, para manter o interesse no assunto.

Unidade 5. Sistemas lineares

Este capítulo é muito bom. Diz as coisas essenciais de forma clara e correta. Ponto para o livro.

Unidade 6. Matrizes

Novamente um bom capítulo apesar de um pouco superficial. São poucas as observações:

A matriz que possui inversa é invertível e não inversível.

Na página 135, seria melhor planilha em vez de programa, referindo-se ao Excel.

Na página 150, é esquisito exigir $n > 1$ na definição de matriz identidade.

Na página 156 há um erro conceitual. É verdade que basta mostrar que $AB = I$ para concluir que B é uma inversa de A, mas isto precisa ser provado e não é óbvio.

No "Para recordar" da página 161, aparece uma esquisita amplitude de um arco. O termo "medida" foi utilizado no capítulo de trigonometria.

Não há problemas de discussão de sistemas.

Unidade 7. Determinantes

O capítulo se inicia com uma boa motivação e com definições precisas de determinantes de matrizes 2×2 e 3×3. Logo a seguir, a regra de Cramer é enunciada para sistemas lineares $m \times n$, o que deve ser creditado a um erro de digitação e outro de revisão.

O que o livro não diz, e deveria dizer, é que a regra de Cramer é um método ineficiente para resolver sistemas lineares. Tomemos como exemplo o exercício resolvido 3 da página 168. Observe que somando as equações (2) e (3) obtemos $y - z = 3$ e somando a equação (1) multiplicada por 2 com a equação (3) obtemos $y + 9z = -7$. Daí se obtém imediatamente $y = 2$, $z = -3$ e, conseqüentemente, $x = 1$. Não há dúvida que isto é muito melhor que calcular 4 determinantes.

O autor de um livro didático deve transmitir aos alunos sua experiência com o trabalho com a Matemática. Deve mostrar métodos diversos para a solução de um problema, mas deve dizer qual é mais eficiente e rápido. Mas isto não é feito aqui. Para que o leitor tenha uma idéia, um computador comum, capaz de realizar um milhão de operações de multiplicação e divisão por segundo, para resolver um sistema linear 15×15, utilizando a regra de Cramer, levaria 1 ano, 1 mês e 16 dias para realizar o trabalho. Através de escalonamento, o mesmo problema poderia ser resolvido em 2,5 milésimos de segundo.

Para resolver ou discutir um sistema linear, o método do escalonamento é o mais rápido e eficiente, Não é prático, portanto, calcular primeiro um determinante e depois usar o escalonamento.

O livro não estimula o raciocínio nem a capacidade de observação dos alunos. O exercício resolvido da página 170 é um exemplo disto. O sistema apresentado é claramente indeterminado uma vez que a terceira equação é a soma das duas primeiras, e isto é o que deveria ser enfatizado. Mas não! O livro sugere a regra de Cramer e depois o escalonamento para chegar à óbvia conclusão. O problema é portanto totalmente deseducativo, induzindo o aluno a não pensar e, simplesmente usar os métodos descritos no livro.

O ER6, página 170, é inacreditável. Um sistema de três equações e duas incógnitas, claramente indeterminado porque todas as equações são múltiplas da terceira. Os autores primeiramente inventam uma terceira incógnita z, cujos coeficientes são todos nulos, para tentar aplicar a Regra de Cramer ao sistema. Felizmente, terminam constatando que isso não será possível.

No "Invente Você" da página 173, onde está solução não-trivial deveria estar conjunto de soluções.

A apresentação do teorema de Laplace (página 174) é totalmente obscura, uma vez que o livro não definiu determinante de ordem maior que 3. As propriedades dos determinantes não são sequer citadas, mas serão utilizadas sem cerimônia no terceiro volume.

Nada se prova no capítulo. Quase tudo sequer se enuncia direito. A inversa deve tornar os dois produtos iguais à identidade, mas os autores só verificam um deles e pronto. Em suma o capítulo deixa muito a desejar.

Unidade 8. Geometria de posição

O capítulo se inicia comentando algumas relações de posição entre ponto, reta e plano. É muito bom que um livro didático explique a diferença entre postulado e teorema, mas a definição de postulado, tirada de um dicionário não é a mais adequada para o aluno iniciante.

É espantoso o erro encontrado na página 190, ER1c. "Dois pontos distintos são sempre coplanares" é, para os autores, uma afirmação falsa, com direito a figura explicativa. Ora, dois objetos são *coplanares* quando existe um plano que os contém. Portanto, dois pontos são sempre coplanares.

Erros e imprecisões persistem. Vejamos.

a) Página 194: A definição de retas concorrentes é pleonástica. Retas concorrentes são retas que possuem um único ponto em comum. Só isto. O fato de elas serem coplanares é conseqüência dos postulados P4, P5 e P6.

b) Página 195: A redação da observação é uma versão confusa do postulado P4.

c) Página 196: A resposta do exercício 13e está errada. Pode ser que duas dessas retas sejam paralelas e a terceira secante a ambas.

d) Página 202: O exercício 25, sobre uma escada que não existe, é evidentemente uma brincadeira de gosto duvidoso.

e) Página 207: A afirmação, na quinta linha, "r e t formam ângulo reto" é obscura, pois até aqui não se definiu ângulo entre retas reversas. Impor que retas ortogonais sejam reversas é inconveniente. O perpendicularismo é um caso particular da ortogonalidade.

f) Página 231, Saia Dessa 2. O problema proposto não pode ser resolvido por falta de dados. Apesar disso, o livro oferece uma resposta numérica. Como?

A organização do capítulo é completamente confusa. Começa com postulados e depois segue com"propriedades intuitivas", que na verdade são teoremas. Não se fala na palavra teorema, muito menos se oferece alguma explicação lógica sobre tais afirmações. A condição de perpendicularismo de reta e plano é, na página 208, apenas um fato experimental, e o famoso teorema das três perpendiculares (página 213) é apenas citado, sem nenhuma explicação de como pode ser demonstrado. O teorema sobre o perpendicularismo de reta e plano vai, na verdade, ser demonstrado mais tarde. Entretanto, isto deveria ser dito para que o aluno não pense que todas as afirmações são frutos da observação ou da experimentação. As afirmações feitas sob o vago título de "propriedade" são teoremas e o leitor deveria ser informado disto, mesmo que não se ofereçam todas as demonstrações.

Não há coerência na linguagem. Na página 205, o livro fala de retas que "pertencem" a planos (deveria ser "estão contidas") e na página 213, o texto diz que as retas PC e DE são perpendiculares (quando o correto seria dizer ortogonais).

Na página 218 aparece um estranho título: Distâncias (geométricas). O que significa a palavra entre parênteses? Falará o livro sobre distâncias não-geométricas? As definições usam pontos arbitrários e não se mostra que os resultados independem dos pontos escolhidos.

Unidade 9. Sólidos geométricos: poliedros

O capítulo se inicia com uma abordagem intuitiva da noção de poliedro e uma correta definição de prisma. Após a exploração do tema, aparece o item "Recordando construções com régua e compasso", que não tem relação visível com o material do capítulo. Trata-se apenas de um receituário, sem justificativas, de algumas construções elementares. Fica parecendo que o objetivo disto é realizar planificações de prismas e pirâmides, mas não há como defender esta hipótese. O exercício 39b (página 255) é um absurdo. Um desenho feito em perspectiva não oferece elementos suficientes para a planificação e construção com régua e compaso. Os exercícios 42 e 43 são dificílimos (no caso geral) para o estudante que não tenha um real conhecimento de construções geométricas e o livro, habilmente, não mostra uma resposta.

O Teorema de Euler é produto de observações, sem nenhuma indicação de como pode ser demonstrado. Poliedros de Platão só aparecem no título: "Poliedros regulares ou poliedros de Platão". Surpreendentemente, o problema 56c (página 262) pergunta se todo poliedro de Platão é regular (a resposta é não).

As figuras do Flash (página 265) estão muito ruins. Na primeira, andando 10km, vai-se do Pólo Norte ao Pacífico Sul. Além disso, está errada a afirmação que as três direções são perpendiculares. Na segunda figura, os dois meridianos são perpendiculares ao paralelo, mas não são perpendiculares entre si.

Capítulo confuso na organização das idéias, fraco em conteúdo e deficiente nos exercícios.

Unidade 10. Corpos redondos

São apresentados agora o cilindro, o cone e a esfera, e atividade principal parece ser a de planificar cilindros e cones. O livro usa e recomenda a aproximação de π por 3,15, o que é estranho.

Unidade 11. Geometria métrica espacial

O livro traz inicialmente um formulário de geometria plana. Em seguida, introduz a noção de volume, a unidade de volume e mostra como obter o volume de um bloco retangular de medidas 2cm, 3cm e 4cm. Com isto, na página 298 afirma: "Assim, o volume V de um paralelepípedo reto retângulo de dimensões a, b e c é $V = a \cdot b \cdot c$". Esta atitude não é correta. Fica parecendo que o que deu certo em um caso extremamente particular, vale no geral. O que ocorre se as medidas das arestas não forem inteiras? E se não forem comensuráveis com a unidade adotada? O correto seria dizer que *é possível demonstrar que o volume de um bloco retangular é o produto de suas dimensões*. Os autores de livros didáticos devem ter em mente que estão formando o pensamento de jovens. Devem dizer que nem tudo pode ser demonstrado neste nível de conteúdo, mas não devem, a partir de um caso particular, fingir que estão concluindo uma propriedade geral. Isto não é educativo e, freqüentemente, provoca uma deformação no pensamento do aluno, difícil de corrigir depois.

O Flash da página 310 está errado. Não é possível um percurso de 40cm como diz o texto. Quase isto, mas um pouco mais. O percurso mínimo tem, aproximadamente, 40,72cm.

O volume da pirâmide é estabelecido corretamente. Ponto para o livro, uma vez que em muitos livros similares, tais coisas são apresentadas sem justificativas.

No exercício resolvido 8 da página 316 ocorre algo esquisito. O livro utiliza, por três vezes, o teorema de Pitágoras para concluir que o triângulo VAC é retângulo, mas isto decorre imediatamente do teorema das três perpendiculares que foi citado na página 213.

Os volumes do cilindro e do cone são estabelecidos com a vaga citação "utilizando-se o princípio de Cavalieri ...". O volume do tronco de pirâmide é demonstrado em detalhes, mas o do tronco de cone, o texto diz que é análogo. Na verdade não é bem assim, uma vez que as propriedades da semelhança só foram demonstradas para seções em pirâmides e nada se falou sobre semelhança entre cones.

Para estabelecer o volume da esfera o argumento estranho. Se o princípio de Cavalieri foi citado e utilizado várias vezes anteriormente, não se entende porque o livro não o utiliza novamente para obter o volume da esfera. No lugar, cita uma experiência de Arquimedes e decreta o resultado com a seguinte e enigmática frase: "Arquimedes demonstrou essa relação por dedução e nós assumiremos que o volume da esfera é dado por: ...". Observe o leitor que Arquimedes não demonstrou nada disso, muito menos por dedução.

Na página 285, o Para Recordar 5a, é brincadeira de gosto duvidoso. Dois planos com três pontos comuns são coincidentes? Respondem os autores que não, pois os três pontos podem não ser três pontos distintos. Aliás, essas "pegadinhas" parecem ser de gosto dos autores, que já no texto, na página 191, classificavam como falsa a afirmação "se uma reta tem dois de seus pontos num plano, então ela está contida no plano".

O "Saia Dessa" 2 da página 352 está com resposta errada. Vejamos uma solução deste problema. Bote 10 (combinação de 5, 2 a 2) cadeados, e ponha neles as etiquetas: 12-13-14-15-23-24-25-34-35-45. Dê a chave do 12 aos chefes de serviço 1 e 2 (e somente a estes), etc. Assim se cumpre c. Bote mais dois cadeados A e B. Dê a chave do cadeado A para o primeiro adjunto e a chave do B para o segundo adjunto e dê cópias das chaves de A e de B para os chefes. Dê também para os adjuntos cópias das chaves dos 10 primeiros cadeados. Agora dê as chaves dos 12 cadeados para o diretor geral. Com 12 cadeados o serviço está feito. A solução dos autores (página 115 do manual do professor) está completamente errada.

A resposta do "Para Recordar" 1 está errada. Dizer "mulheres na fila da frente" não é a mesma coisa que dizer "mulheres na fila da frente e homens na fila de trás". Daí a confusão.

A escolha dos temas abordados é curiosa. Há cunhas e fusos, mas não há segmentos, zonas ou calotas. Há também fórmulas para as distâncias polares!

Os exercícios são adequados e exploram bem o material do capítulo.

Unidade 12. Funções trigonométricas: secante, cossecante e cotangente

A trigonometria retorna agora, complementando o que foi visto no primeiro volume. São apresentadas as funções secundárias, suas propriedades, relações e gráficos. Não há sentido, entretanto, em utilizar os termos cotangentóide e cossecantóide.

Os exercícios são superficiais, o que é bom, pois não se deve dar demasiada ênfase às funções secundárias (fazendo jus ao nome).

Sempre se elogiou o permanente estímulo que o livro dá à utilização da calculadora. Entretanto, não se deve sugerir o uso da máquina onde ela não é absolutamente necessária. É o caso da seção "Calculadora" da página 370. Para decidir se, por exemplo, a equação sec $x = 2$ tem solução, o aluno deve verificar se o elemento 2 pertence à imagem da função secante. Não precisa usar a calculadora para isto.

As funções da soma de arcos e o arco duplo estão bem feitas e com exercícios adequados. São demonstradas também as fórmulas de transformação em produto que hoje têm importância menor. Antigamente, essas fórmulas tinham o objetivo de tornar uma expressão "calculável por logaritmos", mas agora, com as calculadoras, essa finalidade desapareceu. Elas ficam servindo apenas para resolver algumas equações trigonométricas, vazias de signficado, construídas exclusivamente para sua utilização, mas que, infelizmente, ainda aparecem em alguns vestibulares.

Unidade 14. Funções trigonométricas inversas

O livro trata corretamente das funções trigonométricas inversas neste breve capítulo. O único reparo a fazer está na seção Para Recordar 1, onde se pede a interseção entre duas funções. Na verdade, o que se está pedindo é a interseção entre os gráficos das funções.

Testes de Vestibulares

O livro faz aqui uma seleção de testes de diversos vestibulares. A seleção foi criteriosa de forma a só conter questões que podem ser resolvidas com o material exibido no livro. Parece que não foi feita uma revisão nestas questões pois aparecem erros nas resposta e questões com enunciado impreciso ou mal redigido. Vejamos o que conseguimos detectar.

1 – resposta errada (a certa é B)

5 – resposta errada (a certa é A)

13 – não há sentido em falar em quarto termo de uma soma, a menos que se convencione uma ordem para as parcelas.

14 – $\frac{10}{3}$ também é resposta aceitável, veja observação anterior.

23 – resposta errada (a certa é A)

38 – a resposta não é "não pode ser determinada". Não existe tal matriz.

60 – resposta errada (a certa é B)

65 – resposta errada (a certa é B)

66 – resposta errada (não há resposta)

75 – não está claro se o barbante é externo ou interno ao cilindro

90 – faltam restrições (não há resposta)

Conclusão

O livro tem uma proposta moderna e interessante para o ensino. O planejamento está de acordo com os objetivos dos novos Parâmetros Curriculares Nacionais, com diversas citações interdisciplinares e situações contextualizadas. O texto vai além, introduzindo bem-pensadas seções como "Calculadora", "Para Recordar", "Saia Dessa", "Invente Você", etc., mas que muitas vezes não foram bem realizadas. Há fragmentos do livro que parecem cópias de outros e o resultado dá a impressão de uma colcha de retalhos, sem identidade própria mas com muito colorido e novidades. Sobre os conceitos matemáticos e desenvolvimento da teoria o livro é irregular. Por vezes tem a preocupação de demonstrar coisas e, por outras, decreta resultados sem explicações adequadas. Há uma quantidade enorme de erros, alguns inacreditáveis, o que contrasta com os outros livros concorrentes e, certamente, deverá causar insegurança nos alunos e nos professores que adotarem esta obra.

Kátia e Rokusaburo

Matemática – volume 3

O terceiro volume da coleção está dividido em quatro partes. A primeira, trata de probabilidade e estatística, fazendo conexão entre assuntos tratados nos dois primeiros livros. A segunda parte, dedicada à geometria analítica, é desenvolvida de forma tradicional, bem-feita mas sem inovações. Na terceria parte são abordados os polinômios, os números complexos e as equações algébricas e, na quarta parte, há uma pequena e adequada introdução ao cálculo.

Neste volume, há menos erros do que nos dois primeiros e a qualidade da exposição melhorou consideravelmente. Passemos então aos comentários de cada capítulo.

Unidade 1. Probabilidade e Estatística

O terceiro volume da coleção se inicia com um bom capítulo revisando e complementando o material dos dois primeiros livros. Agora se faz a conexão entre a probabilidade e a estatística, com exemplos e exercícios interessantes. A definição de probabilidade (página 10) supõe que os resultados possíveis sejam igualmente prováveis. Entretanto, a parte 3 do capítulo (páginas 12/14) procura corrigir tal defeito e o faz muito bem.

Deve-se registrar que os livros similares não tratam deste assunto da forma e com o cuidado que se encontra aqui.

Unidade 2. Estudo analítico do ponto

O capítulo é bem escrito, não há erros (exceto o erro de ortografia ao citar o livro de Descartes *La Géometrié*) e os exercícios são de bom nível. São poucos os comentários.

Como na maioria dos outros livros similares, a condição de alinhamento de três pontos é dada por intermédio de determinantes. Não há vantagem nisso, uma vez que a relação $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$, obtida da semelhança de triângulos, é mais simples e concreta e antecipa a noção de inclinação. Além disso é imediato verificar se três pontos pertencem a uma reta vertical ou horizontal. Não há necessidade do determinante. Entretanto, na página 50 ele aparece com a afirmação que o determinante é nulo pois possui duas colunas proporcionais. Ora, isto nunca foi dito antes. No segundo volume da coleção não foram sequer enunciadas as propriedades dos determinantes.

Seria também adequado dizer que sempre se está supondo escalas iguais nos dos eixos, sem o que muitos dos resultados apresentados (como a fórmula da distância entre dois pontos, por exemplo) não seriam verdadeiros. Com os devidos reparos, um bom capítulo.

Cabe aqui uma reflexão a respeito do conteúdo de geometria analítica dos livros nacionais para o ensino médio. Por que não falam em vetores? A noção de vetor é necessária ao aluno, a Física a utiliza e a Geometria Analítica fica muito mais rica com esta ferramenta, simplificando demonstrações e possibilitando soluções melhores para os problemas. Tomemos como exemplo o exercício resolvido 6 da página 44. São dados dois vértices consecutivos de um quadrado e se pedem os outros dois. Repare que a solução do livro demanda um considerável esforço de cálculo, mas com vetores a solução é imediata. Vejamos como obter a solução no primeiro quadrante: $AB = B - A = (-2, 4)$. Uma rotação de $90°$ no sentido horário fornece $AD = (4, 2)$. Logo, $D = A + AD = (7, 3)$ e $C + B + AD = (5, 7)$. Pronto, acabou o problema. Convenhamos que isto é muito mais simples, rápido e eficiente que a solução do livro. Voltamos então à pergunta: Por que não falar em vetores?

Unidade 3. Estudo analítico da reta

Este terceiro capítulo é, como os anteriores, bem escrito, objetivo e sem erros. O livro mostra que a cada reta do plano cartesiano está associada uma equação da forma $ax + by + c = 0$ e tem o cuidado de verificar sua recíproca. A discussão sobre as posições relativas de duas retas está excelente. O livro tem o mérito de considerar retas paralelas como retas que não têm ponto comum. Este comentário parece óbvio mas ocorre que, em outros livros, retas coincidentes também são consideradas paralelas, o que torna confusa a discussão de sistemas 2×2. A condição de perpendicularismo é demonstrada, bem como sua recíproca.

O exercício 20 da página 69 faz a conexão entre a equação da reta e as progressões aritméticas, o que é muito bom, mas seria melhor ainda que constasse do texto. São demonstradas a fórmula que determina o ângulo entre duas retas e a que calcula a distância de um ponto a uma reta e, sobre esta última, deve-se comentar que, com vetores, o trabalho seria consideravelmente menor.

O capítulo está bem redigido e os exercícios, tanto os resolvidos quanto os propostos são bons. Sente-se falta de exercícios de aplicação, ou seja, de exercícios que não sejam dados em coordenadas, permitindo ao aluno estabelecer seu próprio sistema. Por exemplo, considere o seguinte problema:

"A base de um retângulo é o dobro de sua altura. Qual é o ângulo entre suas diagonais?"

Neste problema, o aluno deveria escolher a posição da origem, os eixos, e uma unidade de medida. Há, neste caso, pelo menos duas boas opções, o que pode gerar interessantes discussões entre os alunos. Problemas deste tipo permitiriam aos alunos compreender que a geometria analítica é uma ferramenta que pode ser utilizada para resolver problemas de Geometria.

O presente capítulo, apesar de bem escrito, é fechado em si mesmo e não mostra as ricas possibilidades de aplicações em outras áreas da Matemática ou na Física.

Há um reparo a fazer na página 97 (Para Recordar 1). A situação descrita é irreal, pois, segundo o enunciado, produzir 30 peças tem custo menor do que produzir 0 peça.

Unidade 4. Estudo analítico da circunferência

Novamente um bom capítulo. Claro, objetivo e sem erros. Observa-se com satisfação que, logo no início (ER3, página 104), o livro aborda o problema de obter a circunferência que passa por três pontos dados e o faz de duas formas. Ficou faltando apenas o comentário do que aconteceria se os pontos fossem colineares.

Entretanto, ao discutir as posições relativas de duas circunferências, é estranho que a categoria de circunferências disjuntas não seja desmembrada em exteriores e interiores.

Estão resolvidos de forma complicada os problemas de obter o centro e o raio de uma circunferência e de reconhecer se uma equação da forma $x^2+y^2+ax+by+c=0$ representa uma circunferência. Seria muito mais simples completar os quadrados para obter uma equação da forma $(x-m)^2+(y-n)^2=p$, que permitiria ver imediatamente o que ocorre.

São bons os exercícios, tanto os resolvidos quanto os propostos.

Unidade 5. Estudo analítico das cônicas

As cônicas surgem como seções de um cone, mas as figuras não estão boas e faltam comentários. Vejamos:

Considerando uma superfície cônica de revolução:

a) a circunferência é obtida por um plano perpendicular ao eixo da superfície;

b) a elipse é obtida por um plano não perpendicular ao eixo que intersecta todas as geratrizes de um dos cones;

c) a parábola é obtida por um plano que é paralelo a uma das geratrizes da superfície;

d) a hipérbole é obtida por um plano que corta os dois cones. Na figura do livro o plano parece paralelo ao eixo da superfície dando a impressão que somente desta forma se obtém a hipérbole.

A "dedução" da equação da elipse é feita elevando-se ao quadrado os dois membros, sem nenhum cuidado quanto à possível introdução de raízes estranhas, e os eixos aparecem sem nenhuma menção a simetrias. A excentricidade da elipse é definida e associada à forma da elipse — o que é elogiável, uma vez que a maioria dos livros similares não o fazem.

Na página 140 aparece novamente uma figura ruim, mostrando a hipérbole como seção em um cone duplo por um plano paralelo ao eixo. O leitor ficará agora com a real impressão que a hipérbole só é obtida desta forma. Na hipérbole, o livro usa o nome eixo imaginário, não sendo citado o nome eixo não-transverso, muito mais comum.

Na página 149 o livro começa falando da parábola com uma enigmática frase: "Ao estudar a função quadrática *vimos* que seu gráfico é uma parábola". Não é isto. Na ocasião, deu-se o nome de parábola ao gráfico da função quadrática. A parábola é corretamente definida aqui, mas, infelizmente, não há a conexão esperada entre esta curva e o gráfico da função quadrática.

Sobre o lançamento de projéteis, a frase, além de superficial, dá uma idéia errada da situação. "Também sabemos que um lançamento oblíquo de uma bola, um projétil, um foguete ou uma pedra pode descrever uma parábola". A trajetória de um objeto lançado, só seria uma parábola se não houvesse a resistência do ar, e isto o livro deveria comentar. O exemplo da pedra é o melhor pois, nesse caso, a resistência ao ar é pequena e a trajetória é bastante próxima de uma parábola. A bola e o projétil sofrem considerável resistência do ar; a bola, por seu volume e o projétil, por sua grande velocidade inicial. Mas, ainda assim, são trajetórias que se aproximam de uma parábola. Um foguete, definitivamente não. Com seu propulsor ligado, sua trajetória não é uma parábola.

Não há nenhuma menção às propriedades refletoras das cônicas, o que é uma falha em um livro voltado para as aplicações da Matemática no mundo em que vivemos.

Unidade 6. Polinômios

O capítulo se inicia com uma confusa definição de polinômio. Para tentar simplificar, o livro inicia definindo monômio, binômio, etc. antes da definição geral de polinômio, mas acaba por complicar, pois as definições têm contradições. Vejamos:

No primeiro quadro da página 161, a definição de polinômio é conflitante consigo mesma. Ora o coeficiente a deve ser diferente de zero, ora pode ser igual a zero. Na segunda parte da definição, em que se permite que a seja zero, n não é necessariamente o grau. No segundo quadro, aprende-se que a soma de dois monômios é um binômio. Assim, naturalmente, o aluno vai pensar que $x + x = 2x$ é um binômio. Na página 162, é feita a opção de não definir o grau de um polinômio identicamente nulo. Essa (estranha) opção é muito difícil de se sustentar, conforme se verá em seguida. Aliás, de acordo com a definição de polinômio dada no alto da página, um polinômio deveria ter pelo menos um coeficiente diferente de zero — portanto, pela definição do próprio livro, um polinômio identicamente nulo não é um polinômio.

Na página 164 surge a primeira complicação da opção do livro pela não definição de grau para o polinômio identicamente nulo. No exercício 2, o texto afirma que o coeficiente do termo de maior grau do polinômio identicamente nulo é 0.

As definições de função crescente e de função decrescente (página 166) estão erradas. Com efeito, $f(x) = x^2$ é tal que, no intervalo $[-3, 3]$, os pontos $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$ satisfazem $f(-1) = 1 < 4 = f(2)$; logo, de acordo com o livro, f é crescente em $[-3, 3]$, o que evidentemente não é verdade. Ainda, as definições de máximo local e de mínimo local estão confusas.

No exercício resolvido 3 da página 167, a inclusão do 0 no domínio é bastante estranha, e a feitura do gráfico parece mágica.

O exercício 11 da página 168 é deseducativo. Há um comprimento igual a $2x - 1$ e uma largura igual a $x + 5$. Em vez de aproveitar a oportunidade para perguntar para que valores de x o enunciado faz sentido, manda-se determinar a área e o perímetro. Na resposta oferecida pelos autores, nenhuma restrição é feita quanto aos valores de x. Depois se pedem os zeros dessas funções e seus significados e a resposta, segundo o livro, é pessoal!

Na página 169, a definição de divisão de polinômios está, segundo os critérios do livro, incoerente. Como pode o resto ser zero, se o grau do resto deve ser menor que o do divisor e, de acordo com o livro, o polinômio identicamente nulo não possui grau?

Na primeira linha da página 170 lê-se: “Este algoritmo baseia-se na divisão de números racionais”. Não seria na divisão de inteiros?

No exercício resolvido 5 da página 174, embora haja uma explicação razoável para a determinação do quociente, a determinação do resto é imposta ou seja, "é porque é".

Na página 177, os autores já estão tão atrapalhados com a infeliz escolha que fizeram de não definir grau para o polinômio identicamente nulo, já tiveram que enunciar tantas propriedades com o final "ou $R(x) = 0$" — e tantas vezes se esqueceram dessa possibilidade — que colocam a observação "$R(x) = k$, k real, ou $R(x) = 0$", como se 0 não fosse um número real.

Na página 177, o livro examina a divisão de um polinômio $P(x)$ por $x - a$, onde a é um número real, uma vez que os complexos só aparecerão depois. Em seguida, o livro diz que se o polinômio tiver grau n, poderá ter no máximo n raízes (reais) e sua decomposição será $P(x) = a_n(x - r_1)(x - r_2) \cdots (x - r_n)$. Seria adequado comentar aqui que raízes podem ser iguais, antecipando a questão da multiplicidade que vai ser tratada depois. Esta questão não é comentada no exercício resolvido 10 da página 179, onde uma das raízes da equação $2x^3 + 9x^2 + 12x + 4 = 0$ é dupla, mas, no exercício 40 da página 181, aparece no enunciado: "Sabendo que $P(x) = \ldots$ admite a raiz 1 duas vezes ...".

Na página 180, a solução da parte b do ER11 contraria o bom senso. O livro resolve a equação $x(x + 1)(3x + 1) = 42$, encontra como única raiz real 2, onde x é notoriamente positivo por ser aresta de um paralelepípedo e, em seguida, para resolver $x(x + 1)(3x + 1) > 42$, não usa que o primeiro membro é crescente e, portanto, a solução é $x > 2$.

O "Elo" da página 183 fala sobre cartografia com informações pobres e imprecisas. Cita a projeção de Mercator, mas não a descreve. Diz que "qualquer que seja a projeção usada, sempre haverá distorções na forma e no tamanho dos continentes", mas não menciona a projeção de Peters, que é cilíndrica e preserva áreas. Já que o livro optou por tocar no assunto, deveria dar melhores informações.

Unidade 7. Números complexos

Começa bem este capítulo sobre números complexos com adequada abordagem histórica. São poucos os comentários a fazer.

Na página 185, a introdução fala na fórmula para resolver $x^3 + ax + b = 0$ com a e b positivos e, logo no primeiro exemplo, faz-se $a = -15$ e $b = -4$.

Na página 187 é estranha a opção de não considerar 0 como imaginário puro.

Na página 195, o texto confunde afixo com imagem. Afixo e imagem não são sinônimos. A imagem de um complexo é o ponto que o representa, e o afixo de um ponto é o complexo por ele representado. Além disso, afirma: "Os imaginários puros são representados no eixo das ordenadas". Não seria melhor acrescentar, dada a estranha escolha que foi feita à página 187, "exceto a origem"?

Na página 197, a demonstração da propriedade do módulo do produto usa propriedades dos conjugados que não foram citadas antes. No exercício resolvido 10 (página 199) há um erro de lógica, pois, se $|z| \geq 1$, não se pode concluir imediatamente que o valor mínimo de $|z|$ seja 1.

O capítulo tem muitas qualidades e algumas omissões. São citadas as propriedades do módulo e a representação geométrica da adição de complexos. A questão das raízes de um complexo é bem tratada com a devida representação geométrica. Entretanto, não são citadas as propriedades do conjugado que vão ser necessárias no próximo capítulo. Os exercícios manipulativos são adequados, mas sente-se falta de um maior número de aplicações geométricas. O fato de a multiplicação por um complexo unitário ser uma rotação não é enfatizado e, por isso, interessantes problemas de aplicação dos complexos não são abordados. Por exemplo: "dados, no plano cartesiano, dois vértices consecutivos de um quadrado, encontrar os outros dois". Este particular problema, se resolvido com o material de geometria analítica abordado no livro, demandará um razoável esforço, mas com complexos a solução é simples e elegante.

Unidade 8. Equações polinomiais

Logo no início do capítulo aparece uma falsa informação. Na página 222, lê-se: "Não há fórmulas resolutivas para equações polinomiais gerais de grau ≥ 3". Isso é falso. Qualquer equação do terceiro grau pode ser transformada, mediante uma conveniente mudança de variável, em uma equação sem o termo do segundo grau. Portanto, se pode aplicar a fórmula de Cardano que o livro traz na mesma página. Equações do quarto grau também possuem fórmulas resolutivas e o leitor interessado poderá encontrá-las, por exemplo, na Revista do Professor de Matemática, nº 25. É certo, entretanto, que não existem tais fórmulas para equações de grau maior que 4.

As relações entre as raízes de uma equação e seus coeficientes aparecem na página 227. A frase introdutória é bastante infeliz: "As relações que vamos estudar agora servem para trocar uma equação por um sistema de equações que, se forem mais simples, permitem a resolução da equação". Com isto, o leitor pode esperar algo que nunca ocorrerá.

O teorema da página 232 é importante e está demonstrado corretamente, mas pede-se ao leitor que se lembre das propriedades do conjugado que nunca foram sequer mencionadas antes.

O problema 2 do Saia Dessa (página 238) está com uma resposta incoerente. Um serviço, cujas previsões têm 80% de acertos, prevê sol. Só com essa informação já há 80% de probabilidade de o dia ser realmente ensolarado. Consultam um outro serviço, cujas previsões têm 75% de acertos, e este confirma que o dia será ensolarado. Qualquer leigo entende que agora a probabilidade de o dia ser realmente ensolarado é maior que 80% e os autores dão como resposta 50%. Não dá para entender. O enunciado do Para Recordar 3 está descuidado. O paralelepípedo não existe para qualquer t real, apenas para t pertencente a $\left[-\frac{112}{27}, -4\right]$.

Na resolução, no Manual do Professor, do Saia Dessa 1, página 238, trabalha-se com uma equação de coeficientes 6 000 000 e 100 000 e não se tem a idéia de dividir os dois membros por 100 000.

Unidade 9. Limite de função

Os autores optaram por uma apresentação informal da noção de limite. O texto está bem redigido e os conceitos são explicados de forma adequada ao público a que se destina. São bons os exercícios, tanto os resolvidos quanto os propostos, e não foram detectados erros. Entretanto, na página 255, a situação de indeterminação $\infty - \infty$ é apresentada de modo abrupto e, na página 258, jamais se diz explicitamente que $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$ somente se x estiver em radianos.

Em suma, um bom capítulo.

Unidade 10. Derivadas

O capítulo sobre derivadas é redigido como o anterior, de forma simples e com linguagem adequada ao estudante do ensino médio. É bem feita a seção sobre a interpretação cinemática da derivada. São citadas as propriedades operatórias, é analisado o sinal da derivada e são bons os comentários sobre máximo e mínimos locais. Os exercícios resolvidos são interessantes e mostram aplicações à geometria. Há um erro de datilografia na segunda linha da página 280. Há poucos problemas de gráficos, e apenas de polinômios.

Como o assunto é vasto e está bem apresentado, é natural que o professor sinta falta de mais aplicações.

Testes de vestibulares

O teste 6 não apresenta resposta correta. A resposta só estaria correta se fosse $a > 0$. Estão erradas as respostas dos testes 19 e 31. O teste 64 não admite resposta. Talvez os autores do problema tenham pensado em m e n reais, mas isto não consta do enunciado. O teste 72 não faz sentido. Se n é um natural, como pode $n \to 50$?

Conclusão

O terceiro volume da coleção, apesar de irregular, é melhor que os anteriores. Os capítulos sobre Geometria Analítica são bem feitos, sem erros e com bons exercícios, mas não há aplicações realmente relevantes. Faltam problemas de geometria em que o aluno deva escolher um sistema de coordenadas e utilizar as ferramentas analíticas para resolvê-lo. Infelizmente, vetores não são mencionados, o que torna a Geometria Analítica amarrada ao estilo tradicional, sem possibilidade de exibir soluções mais simples e elegantes para os problemas.

A parte de álgebra é a mais fraca do livro. Contém erros, imprecisões, faz referência a propriedades que não foram enunciadas e é pobre em aplicações. A introdução ao cálculo (4ª parte do livro) é resumida, bem apresentada e sem erros.

A estrutura da coleção é elogiável. Começar cada capítulo com um problema ou uma situação da vida real é excelente como elemento motivador para o leitor. Entretanto, algumas situações são artificiais e as realmente relevantes não são resolvidas no decorrer do capítulo (por exemplo a da página 220 deste volume).

O estímulo ao uso da calculadora é uma das qualidades do livro. São também interessantes as idéias de seções como Saia Dessa, Para Recordar e Elo, mas infelizmente, muitas contém erros ou são precárias em informação. Não se pode deixar de registrar, entretanto, a excelente contribuição do Prof. Luiz Barco com belos textos nas seções Flash e Elo.