Geometria Analítica
Superfícies Quádricas

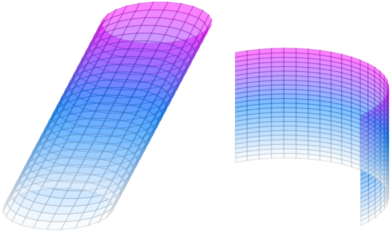
Adriano Moura

Unicamp

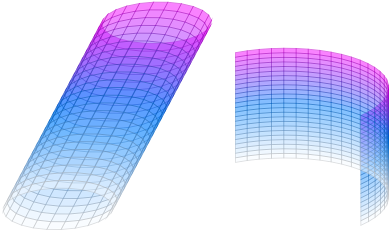
2021

Superfícies Cilíndricas

Superfícies Cilíndricas

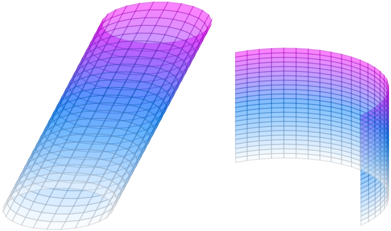


Superfícies Cilíndricas



Superfícies formadas por “translação” de uma “curva” inicial ao longo de uma direção fixa.

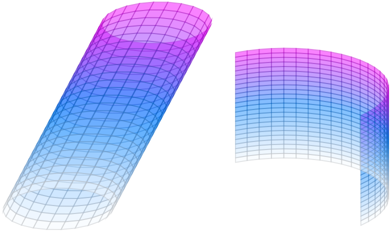
Superfícies Cilíndricas



Superfícies formadas por "translação" de uma "curva" inicial ao longo de uma direção fixa.

Podem ser descritas como união de retas paralelas passando pelos pontos da curva inicial.

Superfícies Cilíndricas

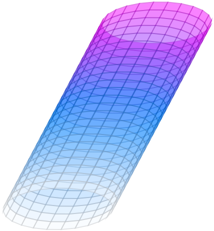


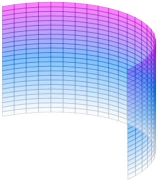
Superfícies formadas por "translação" de uma "curva" inicial ao longo de uma direção fixa.

Podem ser descritas como união de retas paralelas passando pelos pontos da curva inicial.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e uma direção não paralela a P

Superfícies Cilíndricas



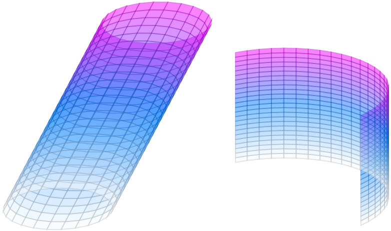


Superfícies formadas por "translação" de uma "curva" inicial ao longo de uma direção fixa.

Podem ser descritas como união de retas paralelas passando pelos pontos da curva inicial.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e uma direção não paralela a P, digamos, definida pelo vetor v

Superfícies Cilíndricas



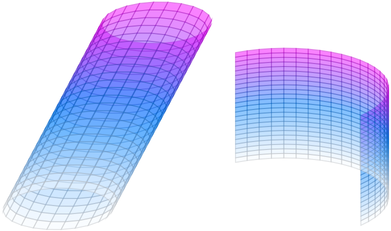
Superfícies formadas por "translação" de uma "curva" inicial ao longo de uma direção fixa.

Podem ser descritas como união de retas paralelas passando pelos pontos da curva inicial.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e uma direção não paralela a P, digamos, definida pelo vetor v, o conjunto cilíndrico associado a estes dados é o conjunto

$$\mathrm{Ci}(C, v) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{x}, v).$$

Superfícies Cilíndricas



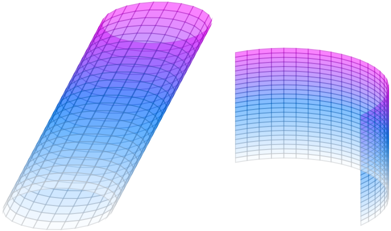
Superfícies formadas por "translação" de uma "curva" inicial ao longo de uma direção fixa.

Podem ser descritas como união de retas paralelas passando pelos pontos da curva inicial.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e uma direção não paralela a P, digamos, definida pelo vetor v, o conjunto cilíndrico associado a estes dados é o conjunto

$$\mathrm{Ci}(C, v) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{x}, v).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Ci}(C, v)$ é dita uma superfície cilíndrica.



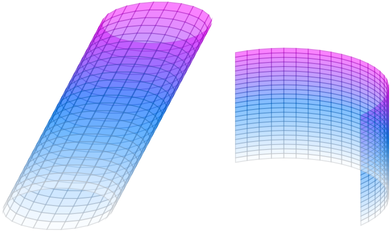
Superfícies formadas por "translação" de uma "curva" inicial ao longo de uma direção fixa.

Podem ser descritas como união de retas paralelas passando pelos pontos da curva inicial.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e uma direção não paralela a P, digamos, definida pelo vetor v, o conjunto cilíndrico associado a estes dados é o conjunto

$$\mathrm{Ci}(C, v) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{x}, v).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Ci}(C, v)$ é dita uma superfície cilíndrica.
O conjunto C é chamado de conjunto diretor (ou curva diretriz)



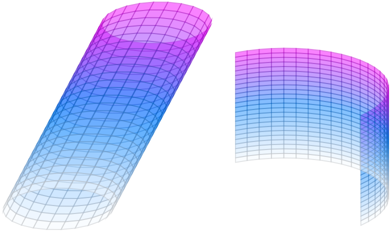
Superfícies formadas por "translação" de uma "curva" inicial ao longo de uma direção fixa.

Podem ser descritas como união de retas paralelas passando pelos pontos da curva inicial.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e uma direção não paralela a P, digamos, definida pelo vetor v, o conjunto cilíndrico associado a estes dados é o conjunto

$$\mathrm{Ci}(C, v) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{x}, v).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Ci}(C, v)$ é dita uma superfície cilíndrica.
O conjunto C é chamado de conjunto diretor (ou curva diretriz) enquanto as retas $R(\mathrm{x}, v)$ são chamadas de retas geratrizes de $\mathrm{Ci}(C, v)$.



Superfícies formadas por "translação" de uma "curva" inicial ao longo de uma direção fixa.

Podem ser descritas como união de retas paralelas passando pelos pontos da curva inicial.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e uma direção não paralela a P, digamos, definida pelo vetor v, o conjunto cilíndrico associado a estes dados é o conjunto

$$\mathrm{Ci}(C, v) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{x}, v).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Ci}(C, v)$ é dita uma superfície cilíndrica.
O conjunto C é chamado de conjunto diretor (ou curva diretriz) enquanto as retas $R(\mathrm{x}, v)$ são chamadas de retas geratrizes de $\mathrm{Ci}(C, v)$.

Podemos considerar cilindros elípticos, hiperbólicos, parabólicos, etc.

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$.

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C$$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que}$$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Segue que $\lambda = z$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Segue que $\lambda = z$ e, portanto,

$$\mathrm{x} \in S \;\Leftrightarrow\; x' = x - az, \quad y' = y - bz$$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Segue que $\lambda = z$ e, portanto,

$$\mathrm{x} \in S \;\Leftrightarrow\; x' = x - az, \quad y' = y - bz \quad \text{e} \quad f(x', y') = 0.$$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Segue que $\lambda = z$ e, portanto,

$$\mathrm{x} \in S \;\Leftrightarrow\; x' = x - az, \quad y' = y - bz \quad \text{e} \quad f(x', y') = 0.$$

Ou seja, S é o conjunto solução da equação

$$(*) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f(x - az, y - bz).$$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Segue que $\lambda = z$ e, portanto,

$$\mathrm{x} \in S \;\Leftrightarrow\; x' = x - az, \quad y' = y - bz \quad \text{e} \quad f(x', y') = 0.$$

Ou seja, S é o conjunto solução da equação

$$(*) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f(x - az, y - bz).$$

Suponha que C seja a hipérbole dada por $(x-1)^2 - 2y^2 = 1$

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Segue que $\lambda = z$ e, portanto,

$$\mathrm{x} \in S \;\Leftrightarrow\; x' = x - az, \quad y' = y - bz \quad \text{e} \quad f(x', y') = 0.$$

Ou seja, S é o conjunto solução da equação

$$(*) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f(x - az, y - bz).$$

Suponha que C seja a hipérbole dada por $(x-1)^2 - 2y^2 = 1$ e $v = (2, -1, 1)$.

Superfícies Cilíndricas com Diretriz no $\mathbb{R}^2$

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Segue que $\lambda = z$ e, portanto,

$$\mathrm{x} \in S \;\Leftrightarrow\; x' = x - az, \quad y' = y - bz \quad \text{e} \quad f(x', y') = 0.$$

Ou seja, S é o conjunto solução da equação

$$(*) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f(x - az, y - bz).$$

Suponha que C seja a hipérbole dada por $(x-1)^2 - 2y^2 = 1$ e $v = (2, -1, 1)$. Então, o correspondente cilindro hiperbólico é o conjunto solução da equação

Foquemos no caso $n = 3$ e C é o conjunto solução no plano-xy de uma equação da forma

$$f(x, y) = 0.$$

Como o vetor v não pode ser paralelo ao plano-xy, segue que $v = (a, b, c)$ com $c \neq 0$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $c = 1$.

Nestas condições, note que $\mathrm{x} = (x, y, z) \in S = \mathrm{Ci}(C, v)$ se, e somente se,

$$\text{existem} \quad \mathrm{x}' = (x', y', 0) \in C \quad \text{e} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{tais que} \quad \overrightarrow{\mathrm{x}'\mathrm{x}} = \lambda v.$$

Segue que $\lambda = z$ e, portanto,

$$\mathrm{x} \in S \;\Leftrightarrow\; x' = x - az, \quad y' = y - bz \quad \text{e} \quad f(x', y') = 0.$$

Ou seja, S é o conjunto solução da equação

$$(*) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f(x - az, y - bz).$$

Suponha que C seja a hipérbole dada por $(x-1)^2 - 2y^2 = 1$ e $v = (2, -1, 1)$. Então, o correspondente cilindro hiperbólico é o conjunto solução da equação $(x - 2z - 1)^2 - 2(y + z)^2 = 1$.

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy.

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Precisamos agora encontrar a direção das retas geratrizes

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Precisamos agora encontrar a direção das retas geratrizes $\rightsquigarrow v = (a, b, 1)$.

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Precisamos agora encontrar a direção das retas geratrizes $\rightsquigarrow v = (a, b, 1)$. Por $(*)$

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Precisamos agora encontrar a direção das retas geratrizes $\rightsquigarrow v = (a, b, 1)$. Por $(*)$, S deve ser o conjunto solução de

$$2(y - bz)^2 - (x - az) - 2 = 0,$$

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Precisamos agora encontrar a direção das retas geratrizes $\rightsquigarrow v = (a, b, 1)$. Por $(*)$, S deve ser o conjunto solução de

$$2(y - bz)^2 - (x - az) - 2 = 0,$$

ou, equivalentemente, $2y^2 + 2b^2z^2 - 4byz - x + az - 2 = 0$.

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Precisamos agora encontrar a direção das retas geratrizes $\rightsquigarrow v = (a, b, 1)$. Por $(*)$, S deve ser o conjunto solução de

$$2(y - bz)^2 - (x - az) - 2 = 0,$$

ou, equivalentemente, $2y^2 + 2b^2z^2 - 4byz - x + az - 2 = 0$.

Comparando com a equação original

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Precisamos agora encontrar a direção das retas geratrizes $\rightsquigarrow v = (a, b, 1)$.
Por $(*)$, S deve ser o conjunto solução de

$$2(y - bz)^2 - (x - az) - 2 = 0,$$

ou, equivalentemente, $2y^2 + 2b^2z^2 - 4byz - x + az - 2 = 0.$

Comparando com a equação original, segue que $a = 0$ e $b = 2$.

Determinando se Algo é uma Superfície Cilíndrica com Diretriz no Plano-xy

Determinemos se o conjunto solução S da equação

$$2y^2 + 8z^2 - 8yz - x - 2 = 0$$

é uma superfície cilíndrica com curva diretriz no plano-xy. Pondo $z = 0$ na equação, vemos que interseção de S com o plano-xy é a parábola

$$2y^2 - x = 2.$$

Precisamos agora encontrar a direção das retas geratrizes $\rightsquigarrow v = (a, b, 1)$.
Por $(*)$, S deve ser o conjunto solução de

$$2(y - bz)^2 - (x - az) - 2 = 0,$$

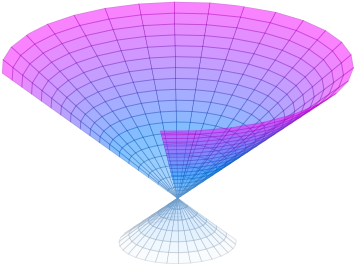
ou, equivalentemente, $2y^2 + 2b^2z^2 - 4byz - x + az - 2 = 0$.

Comparando com a equação original, segue que $a = 0$ e $b = 2$.

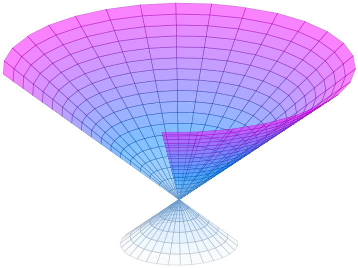
Exercício: Determine o análogo de $(*)$ para o caso de diretrizes no plano-xz.

Superfícies Cônicas

Superfícies Cônicas

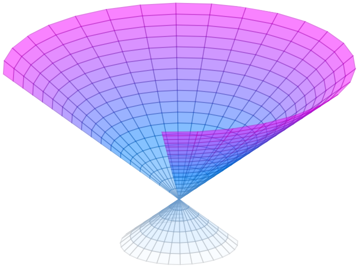


Superfícies Cônicas



União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

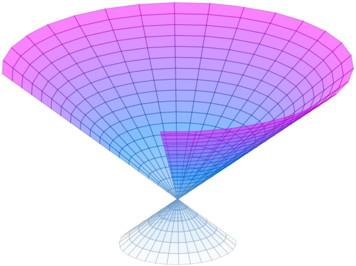
Superfícies Cônicas



União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$

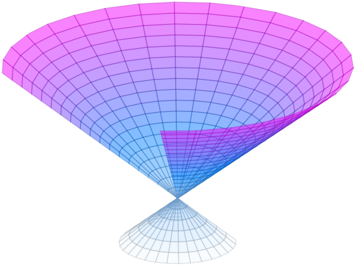
Superfícies Cônicas



União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e um ponto p $\notin P$

Superfícies Cônicas

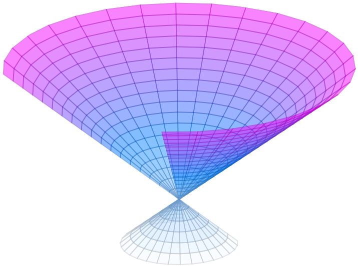


União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e um ponto $\mathrm{p} \notin P$, o associado subconjunto cônico é

$$\mathrm{Co}(C, \mathrm{p}) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}).$$

Superfícies Cônicas



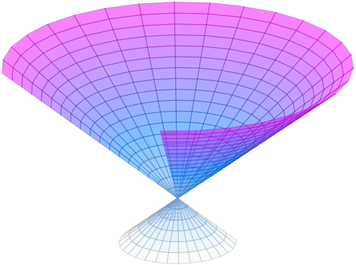
União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e um ponto $\mathrm{p} \notin P$, o associado subconjunto cônico é

$$\mathrm{Co}(C, \mathrm{p}) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Co}(C, \mathrm{p})$ é dita uma superfície cônica

Superfícies Cônicas



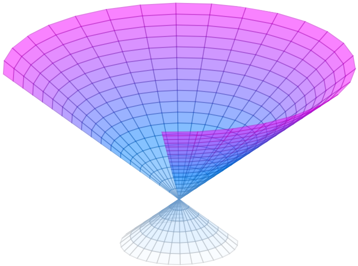
União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e um ponto $\mathrm{p} \notin P$, o associado subconjunto cônico é

$$\mathrm{Co}(C, \mathrm{p}) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Co}(C, \mathrm{p})$ é dita uma superfície cônica, C é chamada de diretriz e as retas $R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}), \mathrm{x} \in C$, são chamadas de geratrizes.

Superfícies Cônicas



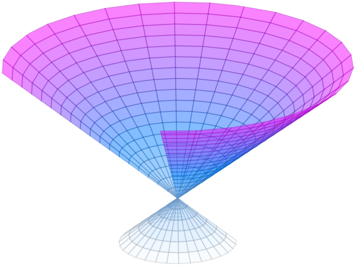
União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e um ponto $\mathrm{p} \notin P$, o associado subconjunto cônico é

$$\mathrm{Co}(C, \mathrm{p}) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Co}(C, \mathrm{p})$ é dita uma superfície cônica, C é chamada de diretriz e as retas $R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}), \mathrm{x} \in C$, são chamadas de geratrizes. O ponto p é chamado de vértice.

Superfícies Cônicas



União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

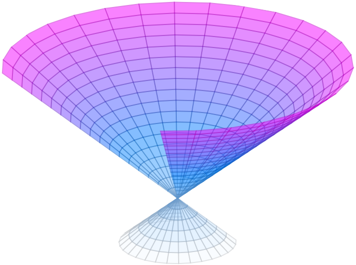
Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e um ponto $\mathrm{p} \notin P$, o associado subconjunto cônico é

$$\mathrm{Co}(C, \mathrm{p}) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Co}(C, \mathrm{p})$ é dita uma superfície cônica, C é chamada de diretriz e as retas $R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}), \mathrm{x} \in C$, são chamadas de geratrizes. O ponto p é chamado de vértice.

Podemos ter cones circulares, elípticos, hiperbólicos, parabólicos, etc...

Superfícies Cônicas



União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e um ponto $\mathrm{p} \notin P$, o associado subconjunto cônico é

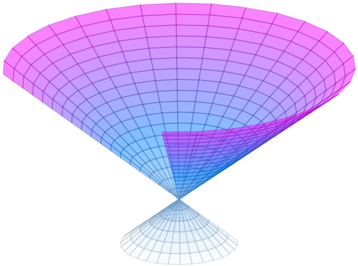
$$\mathrm{Co}(C, \mathrm{p}) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Co}(C, \mathrm{p})$ é dita uma superfície cônica, C é chamada de diretriz e as retas $R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}), \mathrm{x} \in C$, são chamadas de geratrizes. O ponto p é chamado de vértice.

Podemos ter cones circulares, elípticos, hiperbólicos, parabólicos, etc...

Elipses, hipérboles e parábolas são realizáveis como interseção de um cone circular com um plano.

Superfícies Cônicas



União de retas que se intersectam num ponto comum e passam por alguma curva que não contem este ponto.

Dados um subconjunto C de um plano $P \subseteq \mathbb{R}^n$ e um ponto $\mathrm{p} \notin P$, o associado subconjunto cônico é

$$\mathrm{Co}(C, \mathrm{p}) = \bigcup_{\mathrm{x} \in C} R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}).$$

Se C é uma curva, $\mathrm{Co}(C, \mathrm{p})$ é dita uma superfície cônica, C é chamada de diretriz e as retas $R(\mathrm{p}, \overrightarrow{\mathrm{px}}), \mathrm{x} \in C$, são chamadas de geratrizes. O ponto p é chamado de vértice.

Podemos ter cones circulares, elípticos, hiperbólicos, parabólicos, etc...

Elipses, hipérboles e parábolas são realizáveis como interseção de um cone circular com um plano. Por isso elas são chamadas de (curvas) cônicas.

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ ($c \neq 0$).

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$.

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ ($c \neq 0$). Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}\ , \frac{cy}{z}\right).$$

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}\ , \frac{cy}{z}\right).$$

De fato, um ponto $\mathrm{q} = (x, y, z)$ pertence a $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}\ , \frac{cy}{z}\right).$$

De fato, um ponto $\mathrm{q} = (x, y, z)$ pertence a $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ se, e somente se, existirem $\mathrm{x} = (x', y', c) \in C$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $\overrightarrow{0\mathrm{q}} = \lambda\ \overrightarrow{0\mathrm{x}}$.

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}\ , \frac{cy}{z}\right).$$

De fato, um ponto $\mathrm{q} = (x, y, z)$ pertence a $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ se, e somente se, existirem $\mathrm{x} = (x', y', c) \in C$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $\overrightarrow{0\mathrm{q}} = \lambda\ \overrightarrow{0\mathrm{x}}$. Ou seja,

$$x = \lambda x', \qquad y = \lambda y', \qquad z = \lambda c.$$

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}\ , \frac{cy}{z}\right).$$

De fato, um ponto $\mathrm{q} = (x, y, z)$ pertence a $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ se, e somente se, existirem $\mathrm{x} = (x', y', c) \in C$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $\overrightarrow{0\mathrm{q}} = \lambda\, \overrightarrow{0\mathrm{x}}$. Ou seja,

$$x = \lambda x', \qquad y = \lambda y', \qquad z = \lambda c.$$

Observe que, como $\mathrm{q} \neq 0$, temos $z \neq 0$.

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}\ , \frac{cy}{z}\right).$$

De fato, um ponto $\mathrm{q} = (x, y, z)$ pertence a $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ se, e somente se, existirem $\mathrm{x} = (x', y', c) \in C$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $\overrightarrow{0\mathrm{q}} = \lambda\, \overrightarrow{0\mathrm{x}}$. Ou seja,

$$x = \lambda x', \qquad y = \lambda y', \qquad z = \lambda c.$$

Observe que, como $\mathrm{q} \neq 0$, temos $z \neq 0$. Assim, $\lambda = \dfrac{z}{c}$

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}\ , \frac{cy}{z}\right).$$

De fato, um ponto $\mathrm{q} = (x, y, z)$ pertence a $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ se, e somente se, existirem $\mathrm{x} = (x', y', c) \in C$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $\overrightarrow{0\mathrm{q}} = \lambda\, \overrightarrow{0\mathrm{x}}$. Ou seja,

$$x = \lambda x', \qquad y = \lambda y', \qquad z = \lambda c.$$

Observe que, como $\mathrm{q} \neq 0$, temos $z \neq 0$. Assim, $\lambda = \dfrac{z}{c}$, $x' = \dfrac{cx}{z}$

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}, \frac{cy}{z}\right).$$

De fato, um ponto $\mathrm{q} = (x, y, z)$ pertence a $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ se, e somente se, existirem $\mathrm{x} = (x', y', c) \in C$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $\overrightarrow{0\mathrm{q}} = \lambda\, \overrightarrow{0\mathrm{x}}$. Ou seja,

$$x = \lambda x', \qquad y = \lambda y', \qquad z = \lambda c.$$

Observe que, como $\mathrm{q} \neq 0$, temos $z \neq 0$. Assim, $\lambda = \dfrac{z}{c}$, $x' = \dfrac{cx}{z}$, $y' = \dfrac{cy}{z}$

Superfícies Cônicas com Diretriz Paralela ao Plano-xy e Vértice na Origem

Foquemos no caso $n = 3$ com $\mathrm{p} = 0$ e P paralelo ao plano-xy, digamos, determinado pela equação $z = c$ $(c \neq 0)$. Notação: $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C, 0)$. Suporemos ainda que

$$C = \{(x, y, c) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) = 0\}$$

para alguma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Nesta condições, $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ é o conjunto solução da equação

$$(**) \qquad F(x, y, z) = 0 \qquad \text{com} \qquad F(x, y, z) = f\left(\frac{cx}{z}, \frac{cy}{z}\right).$$

De fato, um ponto $\mathrm{q} = (x, y, z)$ pertence a $\mathrm{Co}(C) \setminus \{0\}$ se, e somente se, existirem $\mathrm{x} = (x', y', c) \in C$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $\overrightarrow{0\mathrm{q}} = \lambda\, \overrightarrow{0\mathrm{x}}$. Ou seja,

$$x = \lambda x', \qquad y = \lambda y', \qquad z = \lambda c.$$

Observe que, como $\mathrm{q} \neq 0$, temos $z \neq 0$. Assim, $\lambda = \dfrac{z}{c}$, $x' = \dfrac{cx}{z}$, $y' = \dfrac{cy}{z}$ e segue que (x, y, z) satisfaz $(**)$ uma vez que $\mathrm{x} \in C$.

Exemplos de Superfície Cônica

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$.

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P'

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x,y,1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Por outro lado, se P' for o plano $x = 2$

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Por outro lado, se P' for o plano $x = 2$, então

$$C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$$

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Por outro lado, se P' for o plano $x = 2$, então

$$C' := P' \cap \mathrm{Co}(C) = \{(2, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - y^2 = 1\}$$

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Por outro lado, se P' for o plano $x = 2$, então

$$C' := P' \cap \mathrm{Co}(C) = \{(2, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - y^2 = 1\}$$

é uma hipérbole em P'.

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Por outro lado, se P' for o plano $x = 2$, então

$$C' := P' \cap \mathrm{Co}(C) = \{(2, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - y^2 = 1\}$$

é uma hipérbole em P'. Logo, o cone hiperbólico $\mathrm{Co}(C')$ está contido em $\mathrm{Co}(C)$.

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Por outro lado, se P' for o plano $x = 2$, então

$$C' := P' \cap \mathrm{Co}(C) = \{(2, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - y^2 = 1\}$$

é uma hipérbole em P'. Logo, o cone hiperbólico $\mathrm{Co}(C')$ está contido em $\mathrm{Co}(C)$. Trocando os papéis de x e z na dedução de $(**)$

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Por outro lado, se P' for o plano $x = 2$, então

$$C' := P' \cap \mathrm{Co}(C) = \{(2, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - y^2 = 1\}$$

é uma hipérbole em P'. Logo, o cone hiperbólico $\mathrm{Co}(C')$ está contido em $\mathrm{Co}(C)$. Trocando os papéis de x e z na dedução de $(**)$, segue que $\mathrm{Co}(C') \setminus \{0\}$ é o conjunto solução S de

$$\frac{4z^2}{x^2} - \frac{4y^2}{x^2} - 1 = 0.$$

Exemplos de Superfície Cônica

Consideremos a curva $C = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 = 4\}$ que é uma elipse no plano P determinado por $z = 1$. Por $(**)$, o cone elíptico $\mathrm{Co}(C)$ é o conjunto solução da equação

$$x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0.$$

De fato, a origem é a única solução desta equação com $z = 0$.

Veja que, se P' for paralelo a P, $C' := P' \cap \mathrm{Co}(C)$ é uma elipse em P' e $\mathrm{Co}(C) = \mathrm{Co}(C')$.

Por outro lado, se P' for o plano $x = 2$, então

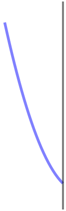
$$C' := P' \cap \mathrm{Co}(C) = \{(2, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - y^2 = 1\}$$

é uma hipérbole em P'. Logo, o cone hiperbólico $\mathrm{Co}(C')$ está contido em $\mathrm{Co}(C)$. Trocando os papéis de x e z na dedução de $(**)$, segue que $\mathrm{Co}(C') \setminus \{0\}$ é o conjunto solução S de

$$\frac{4z^2}{x^2} - \frac{4y^2}{x^2} - 1 = 0.$$

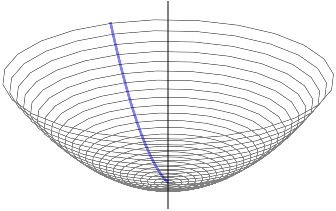
Veja que $S = \mathrm{Co}(C) \setminus \{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = \pm y\}$.

Superfícies de Revolução

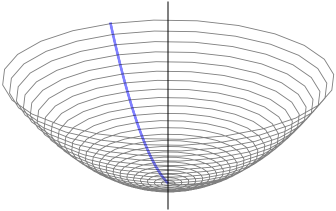


Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

Superfícies de Revolução

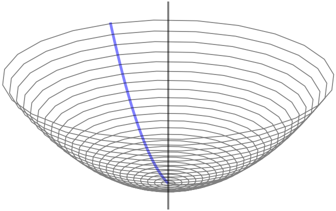


Obtidas por “rotação” de uma curva ao redor de um eixo.



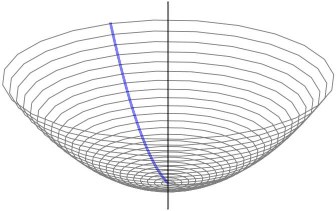
Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

Dadas uma reta R (eixo)



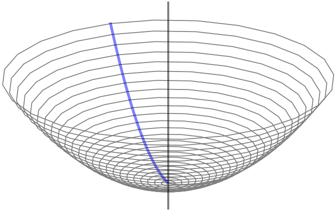
Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C



Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

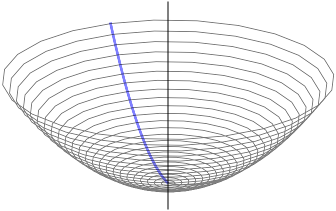
Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R



Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

$$\operatorname{Rev}(C, R) = \bigcup_{\theta \in [-\pi, \pi]} \operatorname{Rot}_\theta^R(C).$$

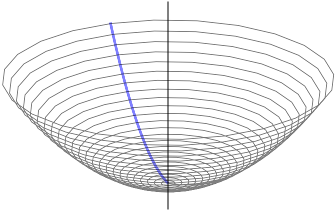


Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

$$\mathrm{Rev}(C,R) = \bigcup_{\theta\in[-\pi,\pi]} \mathrm{Rot}_\theta^R(C).$$

Para cada $\theta \in [-\pi,\pi]$, o subconjunto $\mathrm{Rot}_\theta^R(C)$ é dito um meridiano.



Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

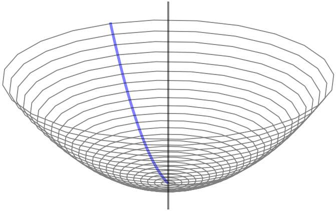
Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

$$\mathrm{Rev}(C,R) = \bigcup_{\theta\in[-\pi,\pi]} \mathrm{Rot}_\theta^R(C).$$

Para cada $\theta \in [-\pi,\pi]$, o subconjunto $\mathrm{Rot}_\theta^R(C)$ é dito um meridiano.

Por outro lado, para cada $\mathrm{x} \in C$, o subconjunto $\{\mathrm{Rot}_\theta^R(\mathrm{x}) : \theta \in [-\pi,\pi]\}$ é chamado de um paralelo.

Superfícies de Revolução



Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

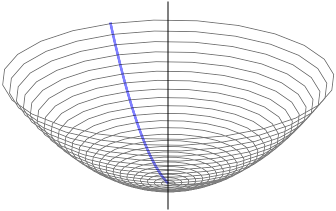
Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

$$\mathrm{Rev}(C,R) = \bigcup_{\theta\in[-\pi,\pi]} \mathrm{Rot}_\theta^R(C).$$

Para cada $\theta \in [-\pi, \pi]$, o subconjunto $\mathrm{Rot}_\theta^R(C)$ é dito um meridiano.

Por outro lado, para cada $\mathrm{x} \in C$, o subconjunto $\{\mathrm{Rot}_\theta^R(\mathrm{x}) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$ é chamado de um paralelo. Observe que o paralelo passando por x é uma circunferência

Superfícies de Revolução



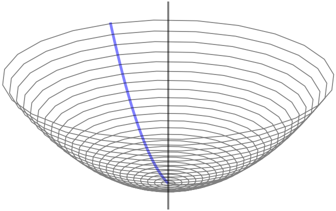
Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

$$\mathrm{Rev}(C,R) = \bigcup_{\theta\in[-\pi,\pi]} \mathrm{Rot}_\theta^R(C).$$

Para cada $\theta \in [-\pi, \pi]$, o subconjunto $\mathrm{Rot}_\theta^R(C)$ é dito um meridiano.

Por outro lado, para cada $\mathrm{x} \in C$, o subconjunto $\{\mathrm{Rot}_\theta^R(\mathrm{x}) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$ é chamado de um paralelo. Observe que o paralelo passando por x é uma circunferência no plano ortogonal a R contendo x cujo centro é a intersecção de R com este plano.



Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

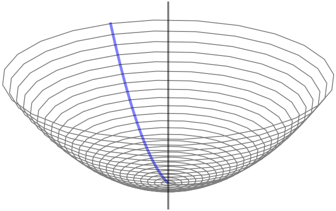
$$\mathrm{Rev}(C, R) = \bigcup_{\theta \in [-\pi, \pi]} \mathrm{Rot}_\theta^R(C).$$

Para cada $\theta \in [-\pi, \pi]$, o subconjunto $\mathrm{Rot}_\theta^R(C)$ é dito um meridiano.

Por outro lado, para cada $\mathrm{x} \in C$, o subconjunto $\{\mathrm{Rot}_\theta^R(\mathrm{x}) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$ é chamado de um paralelo. Observe que o paralelo passando por x é uma circunferência no plano ortogonal a R contendo x cujo centro é a intersecção de R com este plano.

Focaremos no caso em que C é uma curva plana

Superfícies de Revolução



Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

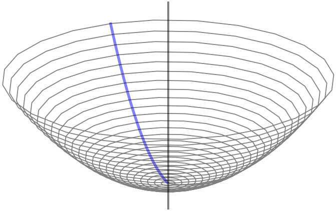
Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

$$\mathrm{Rev}(C, R) = \bigcup_{\theta \in [-\pi, \pi]} \mathrm{Rot}_\theta^R(C).$$

Para cada $\theta \in [-\pi, \pi]$, o subconjunto $\mathrm{Rot}_\theta^R(C)$ é dito um meridiano.

Por outro lado, para cada $\mathrm{x} \in C$, o subconjunto $\{\mathrm{Rot}_\theta^R(\mathrm{x}) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$ é chamado de um paralelo. Observe que o paralelo passando por x é uma circunferência no plano ortogonal a R contendo x cujo centro é a intersecção de R com este plano.

Focaremos no caso em que C é uma curva plana e R é uma reta no mesmo plano



Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

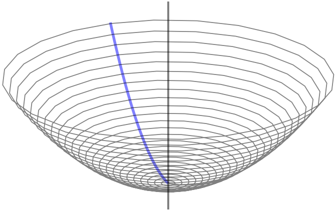
Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

$$\mathrm{Rev}(C,R) = \bigcup_{\theta\in[-\pi,\pi]} \mathrm{Rot}_\theta^R(C).$$

Para cada $\theta \in [-\pi,\pi]$, o subconjunto $\mathrm{Rot}_\theta^R(C)$ é dito um meridiano.

Por outro lado, para cada $\mathrm{x} \in C$, o subconjunto $\{\mathrm{Rot}_\theta^R(\mathrm{x}) : \theta \in [-\pi,\pi]\}$ é chamado de um paralelo. Observe que o paralelo passando por x é uma circunferência no plano ortogonal a R contendo x cujo centro é a intersecção de R com este plano.

Focaremos no caso em que C é uma curva plana e R é uma reta no mesmo plano , especialmente sendo C uma cônica



Obtidas por "rotação" de uma curva ao redor de um eixo.

Dadas uma reta R (eixo) e uma curva C, a superfície de revolução com geratriz C rotacionada ao redor de R é o conjunto

$$\mathrm{Rev}(C,R) = \bigcup_{\theta\in[-\pi,\pi]} \mathrm{Rot}_\theta^R(C).$$

Para cada $\theta \in [-\pi,\pi]$, o subconjunto $\mathrm{Rot}_\theta^R(C)$ é dito um meridiano.

Por outro lado, para cada $\mathrm{x} \in C$, o subconjunto $\{\mathrm{Rot}_\theta^R(\mathrm{x}) : \theta \in [-\pi,\pi]\}$ é chamado de um paralelo. Observe que o paralelo passando por x é uma circunferência no plano ortogonal a R contendo x cujo centro é a intersecção de R com este plano.

Focaremos no caso em que C é uma curva plana e R é uma reta no mesmo plano , especialmente sendo C uma cônica, gerando superfícies chamadas paraboloides, elipsoides e hiperboloides.

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz

Explorando os Paralelos

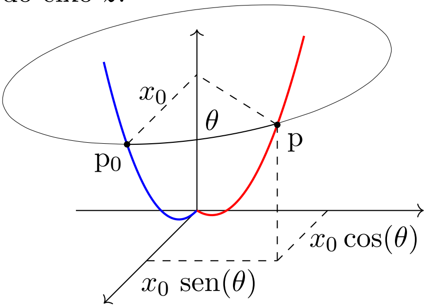
Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x, z) = 0$

Explorando os Paralelos

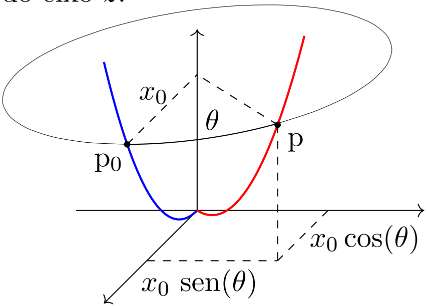
Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x, z) = 0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x, z) = 0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.



Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x, z) = 0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.

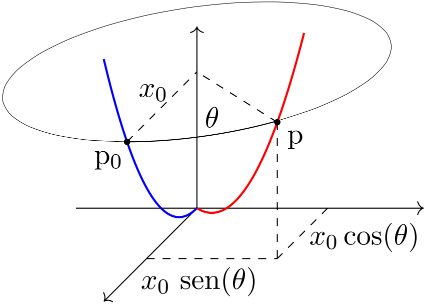


Para cada ponto $\mathrm{p}_0 = (x_0, 0, z_0) \in C$, o correspondente paralelo é o conjunto

$$\{(x_0 \cos(\theta), x_0 \operatorname{sen}(\theta), z_0) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$$

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x, z) = 0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.



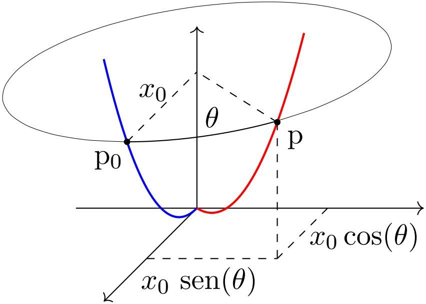
Para cada ponto $\mathrm{p}_0 = (x_0, 0, z_0) \in C$, o correspondente paralelo é o conjunto

$$\{(x_0 \cos(\theta), x_0 \operatorname{sen}(\theta), z_0) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$$

Como cada ponto $\mathrm{p} = (x, y, z)$ de S pertence a algum paralelo

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x,z) = 0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.



Para cada ponto $\mathrm{p}_0 = (x_0, 0, z_0) \in C$, o correspondente paralelo é o conjunto

$$\{(x_0 \cos(\theta), x_0 \operatorname{sen}(\theta), z_0) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$$

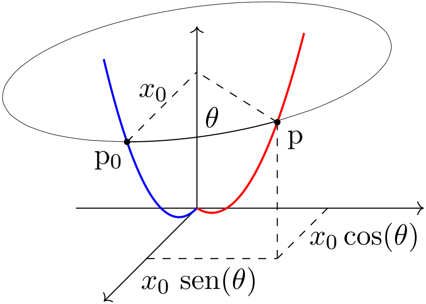
Como cada ponto $\mathrm{p} = (x, y, z)$ de S pertence a algum paralelo, temos

$$(r, 0, z) \in C \quad \text{ou} \quad (-r, 0, z) \in C$$

onde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x,z)=0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.



Para cada ponto $\mathrm{p}_0=(x_0,0,z_0)\in C$, o correspondente paralelo é o conjunto

$$\{(x_0\cos(\theta), x_0\,\mathrm{sen}(\theta), z_0) : \theta\in[-\pi,\pi]\}$$

Como cada ponto $\mathrm{p}=(x,y,z)$ de S pertence a algum paralelo, temos

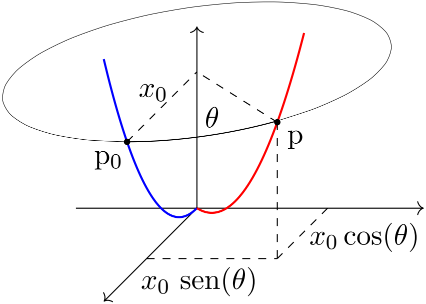
$$(r,0,z)\in C \quad \text{ou} \quad (-r,0,z)\in C$$

onde $r=\sqrt{x^2+y^2}$.

Considere $S_\pm=\{(x,y,z) : f(\pm r,z)=0\}$

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x,z)=0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.



Para cada ponto $\mathrm{p}_0=(x_0,0,z_0)\in C$, o correspondente paralelo é o conjunto

$$\{(x_0\cos(\theta),x_0\,\mathrm{sen}(\theta),z_0):\theta\in[-\pi,\pi]\}$$

Como cada ponto $\mathrm{p}=(x,y,z)$ de S pertence a algum paralelo, temos

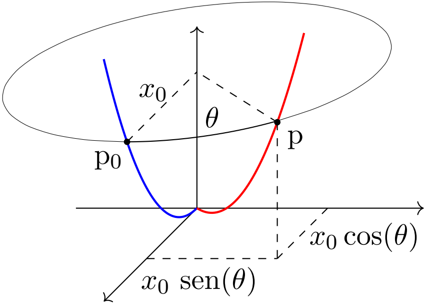
$$(r,0,z)\in C \quad \text{ou} \quad (-r,0,z)\in C$$

onde $r=\sqrt{x^2+y^2}$.

Considere $S_\pm=\{(x,y,z):f(\pm r,z)=0\}$ e $C_\pm=C\cap\{(x,0,z):\pm x\geq 0\}$.

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x,z) = 0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.



Para cada ponto $\mathrm{p}_0 = (x_0, 0, z_0) \in C$, o correspondente paralelo é o conjunto

$$\{(x_0 \cos(\theta), x_0 \,\mathrm{sen}(\theta), z_0) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$$

Como cada ponto $\mathrm{p} = (x, y, z)$ de S pertence a algum paralelo, temos

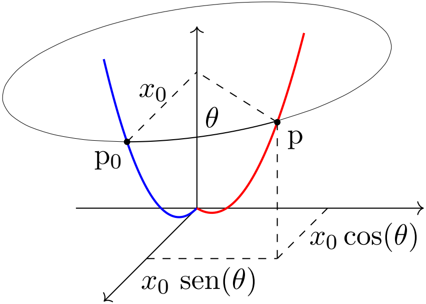
$$(r, 0, z) \in C \quad \text{ou} \quad (-r, 0, z) \in C$$

onde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Considere $S_\pm = \{(x, y, z) : f(\pm r, z) = 0\}$ e $C_\pm = C \cap \{(x, 0, z) : \pm x \geq 0\}$. Segue que $S = S_+ \cup S_-$.

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x,z)=0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.



Para cada ponto $\mathrm{p}_0=(x_0,0,z_0)\in C$, o correspondente paralelo é o conjunto

$$\{(x_0\cos(\theta), x_0\,\mathrm{sen}(\theta), z_0) : \theta\in[-\pi,\pi]\}$$

Como cada ponto $\mathrm{p}=(x,y,z)$ de S pertence a algum paralelo, temos

$$(r,0,z)\in C \quad \text{ou} \quad (-r,0,z)\in C$$

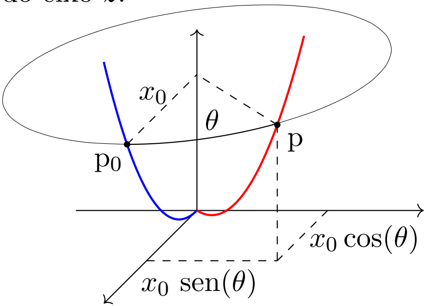
onde $r=\sqrt{x^2+y^2}$.

Considere $S_\pm=\{(x,y,z) : f(\pm r,z)=0\}$ e $C_\pm = C\cap\{(x,0,z):\pm x\geq 0\}$. Segue que $S=S_+\cup S_-$.

Analogamente, se S' é obtida por rotação ao redor do eixo-x

Explorando os Paralelos

Suponha que C é uma curva no plano-xz descrita como conjunto solução de uma equação da forma $f(x,z)=0$ e S é obtida por revolução ao redor do eixo-z.



Para cada ponto $\mathrm{p}_0=(x_0,0,z_0)\in C$, o correspondente paralelo é o conjunto

$$\{(x_0\cos(\theta), x_0\,\mathrm{sen}(\theta), z_0) : \theta\in[-\pi,\pi]\}$$

Como cada ponto $\mathrm{p}=(x,y,z)$ de S pertence a algum paralelo, temos

$$(r,0,z)\in C \quad \text{ou} \quad (-r,0,z)\in C$$

onde $r=\sqrt{x^2+y^2}$.

Considere $S_\pm=\{(x,y,z) : f(\pm r,z)=0\}$ e $C_\pm=C\cap\{(x,0,z) : \pm x\geq 0\}$. Segue que $S=S_+\cup S_-$.

Analogamente, se S' é obtida por rotação ao redor do eixo-x, segue que S' é a união dos conjuntos soluções das equações $f\left(x\ ,\ \pm\sqrt{y^2+z^2}\right)=0$.

Exemplos de Superfícies de Revolução

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z.

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y = 0, x = a$ ao redor do eixo-z

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y = 0, x = a$ ao redor do eixo-z, obtemos o conjunto solução de

$$x^2 + y^2 = a^2$$

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y = 0, x = a$ ao redor do eixo-z, obtemos o conjunto solução de

$$x^2 + y^2 = a^2$$

que é o cilindro circular reto $\mathrm{Ci}(C, e_3)$ com C como antes.

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2 z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y = 0, x = a$ ao redor do eixo-z, obtemos o conjunto solução de

$$x^2 + y^2 = a^2$$

que é o cilindro circular reto $\mathrm{Ci}(C, e_3)$ com C como antes.

Sejam C a parábola no plano-yz dada por $z = ay^2$

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y = 0, x = a$ ao redor do eixo-z, obtemos o conjunto solução de

$$x^2 + y^2 = a^2$$

que é o cilindro circular reto $\mathrm{Ci}(C, e_3)$ com C como antes.

Sejam C a parábola no plano-yz dada por $z = ay^2$ e R o eixo-z.

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y = 0, x = a$ ao redor do eixo-z, obtemos o conjunto solução de

$$x^2 + y^2 = a^2$$

que é o cilindro circular reto $\mathrm{Ci}(C, e_3)$ com C como antes.

Sejam C a parábola no plano-yz dada por $z = ay^2$ e R o eixo-z. Então, $\mathrm{Rev}(C, R)$ é o conjunto solução da equação

$$z = a(x^2 + y^2)$$

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y = 0, x = a$ ao redor do eixo-z, obtemos o conjunto solução de

$$x^2 + y^2 = a^2$$

que é o cilindro circular reto $\mathrm{Ci}(C, e_3)$ com C como antes.

Sejam C a parábola no plano-yz dada por $z = ay^2$ e R o eixo-z. Então, $\mathrm{Rev}(C, R)$ é o conjunto solução da equação

$$z = a(x^2 + y^2)$$

que é um exemplo de paraboloide elíptico.

Exemplos de Superfícies de Revolução

Considere a reta dada por $y = 0, x = az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x, y, z) \in S \quad \Leftrightarrow \quad az = \pm\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2 + y^2 - a^2z^2 = 0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C = \{(x, y, 1) : x^2 + y^2 = a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y = 0, x = a$ ao redor do eixo-z, obtemos o conjunto solução de

$$x^2 + y^2 = a^2$$

que é o cilindro circular reto $\mathrm{Ci}(C, e_3)$ com C como antes.

Sejam C a parábola no plano-yz dada por $z = ay^2$ e R o eixo-z. Então, $\mathrm{Rev}(C, R)$ é o conjunto solução da equação

$$z = a(x^2 + y^2)$$

que é um exemplo de paraboloide elíptico. Um paraboloide é uma superfície obtida ao aplicar-se um movimento rígido

Considere a reta dada por $y=0, x=az$, e estudemos a superfície S obtida ao rotacioná-la ao redor do eixo-z. Segue que

$$(x,y,z)\in S \quad \Leftrightarrow \quad az=\pm\sqrt{x^2+y^2}.$$

Ou seja, S é o conjunto solução de $x^2+y^2-a^2z^2=0$
que é o cone circular $\mathrm{Co}(C)$ com $C=\{(x,y,1): x^2+y^2=a^2\}$.

Por outro lado, se rotacionarmos a reta dada por $y=0, x=a$ ao redor do eixo-z, obtemos o conjunto solução de

$$x^2+y^2=a^2$$

que é o cilindro circular reto $\mathrm{Ci}(C,e_3)$ com C como antes.

Sejam C a parábola no plano-yz dada por $z=ay^2$ e R o eixo-z. Então, $\mathrm{Rev}(C,R)$ é o conjunto solução da equação

$$z=a(x^2+y^2)$$

que é um exemplo de paraboloide elíptico. Um paraboloide é uma superfície obtida ao aplicar-se um movimento rígido ao conjunto solução de uma equação do tipo $z=ax^2+by^2$ com $a,b\in\mathbb{R}$ tais que $ab>0$.

Elipsoides

Elipsoides

Sejam C a elipse no plano-xz dada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$

Elipsoides

Sejam C a elipse no plano-xz dada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ e R o eixo-z.

Elipsoides

Sejam C a elipse no plano-xz dada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ e R o eixo-z. Neste caso, $\mathrm{Rev}(C, R)$ é o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Elipsoides

Sejam C a elipse no plano-xz dada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ e R o eixo-z. Neste caso, $\mathrm{Rev}(C, R)$ é o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Já se R fosse o eixo-x

Elipsoides

Sejam C a elipse no plano-xz dada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ e R o eixo-z. Neste caso, $\mathrm{Rev}(C, R)$ é o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Já se R fosse o eixo-x, $\mathrm{Rev}(C, R)$ seria o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Elipsoides

Sejam C a elipse no plano-xz dada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ e R o eixo-z. Neste caso, $\mathrm{Rev}(C, R)$ é o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Já se R fosse o eixo-x, $\mathrm{Rev}(C, R)$ seria o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Estas superfícies são exemplos de elipsoides.

Elipsoides

Sejam C a elipse no plano-xz dada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ e R o eixo-z. Neste caso, $\mathrm{Rev}(C, R)$ é o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Já se R fosse o eixo-x, $\mathrm{Rev}(C, R)$ seria o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Estas superfícies são exemplos de elipsoides. Um elipsoide é uma superfície obtida ao aplicar-se um movimento rígido ao conjunto solução de uma equação do tipo

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Sejam C a elipse no plano-xz dada por $\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1$ e R o eixo-z. Neste caso, $\mathrm{Rev}(C,R)$ é o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1.$$

Já se R fosse o eixo-x, $\mathrm{Rev}(C,R)$ seria o conjunto solução da equação

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}=1.$$

Estas superfícies são exemplos de elipsoides. Um elipsoide é uma superfície obtida ao aplicar-se um movimento rígido ao conjunto solução de uma equação do tipo

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$$

Os pontos correspondentes às interseções com os eixos coordenados são chamados de vértices do elipsoide.

Hiperboloides

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y.

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y. Então, $\mathrm{Rev}(C, R_1)$ e $\mathrm{Rev}(C, R_2)$

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y. Então, $\mathrm{Rev}(C, R_1)$ e $\mathrm{Rev}(C, R_2)$ são, respectivamente, os conjuntos soluções das equações

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y. Então, $\mathrm{Rev}(C, R_1)$ e $\mathrm{Rev}(C, R_2)$ são, respectivamente, os conjuntos soluções das equações

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1$$

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y. Então, $\mathrm{Rev}(C, R_1)$ e $\mathrm{Rev}(C, R_2)$ são, respectivamente, os conjuntos soluções das equações

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1 \qquad \text{e} \qquad \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y. Então, $\mathrm{Rev}(C, R_1)$ e $\mathrm{Rev}(C, R_2)$ são, respectivamente, os conjuntos soluções das equações

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1 \qquad \text{e} \qquad \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Estas superfícies são exemplos de hiperboloides.

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y. Então, $\mathrm{Rev}(C, R_1)$ e $\mathrm{Rev}(C, R_2)$ são, respectivamente, os conjuntos soluções das equações

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1 \qquad \text{e} \qquad \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Estas superfícies são exemplos de hiperboloides. Um hiperboloide de uma folha

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y. Então, $\mathrm{Rev}(C, R_1)$ e $\mathrm{Rev}(C, R_2)$ são, respectivamente, os conjuntos soluções das equações

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1 \qquad \text{e} \qquad \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Estas superfícies são exemplos de hiperboloides. Um hiperboloide de uma folha é uma superfície obtida ao aplicar-se um movimento rígido ao conjunto solução de uma equação do tipo

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Hiperboloides

Sejam C a hipérbole no plano-yz dada por $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{b^2} = 1$, R_1 o eixo-z e R_2 o eixo-y. Então, $\mathrm{Rev}(C, R_1)$ e $\mathrm{Rev}(C, R_2)$ são, respectivamente, os conjuntos soluções das equações

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1 \qquad \text{e} \qquad \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Estas superfícies são exemplos de hiperboloides. Um hiperboloide de uma folha é uma superfície obtida ao aplicar-se um movimento rígido ao conjunto solução de uma equação do tipo

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Já um hiperboloide de duas folhas é uma superfície obtida ao aplicar-se um movimento rígido ao conjunto solução de uma equação do tipo

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Vimos vários exemplos de superfícies que são conjuntos soluções de equações quadráticas em três variáveis.

Vimos vários exemplos de superfícies que são conjuntos soluções de equações quadráticas em três variáveis.

Nosso objetivo final é identificar todos os possíveis conjuntos soluções de tais equações.

Vimos vários exemplos de superfícies que são conjuntos soluções de equações quadráticas em três variáveis.

Nosso objetivo final é identificar todos os possíveis conjuntos soluções de tais equações.

A única possibilidade que ainda não apareceu nas construções acima são os chamados paraboloides hiperbólicos.

Paraboloides Hiperbólicos

Vimos vários exemplos de superfícies que são conjuntos soluções de equações quadráticas em três variáveis.

Nosso objetivo final é identificar todos os possíveis conjuntos soluções de tais equações.

A única possibilidade que ainda não apareceu nas construções acima são os chamados paraboloides hiperbólicos.

Eles são obtidos por movimentos rígidos do conjunto solução de equações do seguinte tipo

Paraboloides Hiperbólicos

Vimos vários exemplos de superfícies que são conjuntos soluções de equações quadráticas em três variáveis.

Nosso objetivo final é identificar todos os possíveis conjuntos soluções de tais equações.

A única possibilidade que ainda não apareceu nas construções acima são os chamados paraboloides hiperbólicos.

Eles são obtidos por movimentos rígidos do conjunto solução de equações do seguinte tipo

$$cz = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \qquad \text{com} \qquad a, b, c \neq 0.$$

Paraboloides Hiperbólicos

Vimos vários exemplos de superfícies que são conjuntos soluções de equações quadráticas em três variáveis.

Nosso objetivo final é identificar todos os possíveis conjuntos soluções de tais equações.

A única possibilidade que ainda não apareceu nas construções acima são os chamados paraboloides hiperbólicos.

Eles são obtidos por movimentos rígidos do conjunto solução de equações do seguinte tipo

$$cz = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \qquad \text{com} \qquad a, b, c \neq 0.$$

O nome é proveniente do fato que as seções determinadas por planos paralelos aos planos coordenados são parábolas

Paraboloides Hiperbólicos

Vimos vários exemplos de superfícies que são conjuntos soluções de equações quadráticas em três variáveis.

Nosso objetivo final é identificar todos os possíveis conjuntos soluções de tais equações.

A única possibilidade que ainda não apareceu nas construções acima são os chamados paraboloides hiperbólicos.

Eles são obtidos por movimentos rígidos do conjunto solução de equações do seguinte tipo

$$cz = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \qquad \text{com} \qquad a, b, c \neq 0.$$

O nome é proveniente do fato que as seções determinadas por planos paralelos aos planos coordenados são parábolas ou hipérboles

Paraboloides Hiperbólicos

Vimos vários exemplos de superfícies que são conjuntos soluções de equações quadráticas em três variáveis.

Nosso objetivo final é identificar todos os possíveis conjuntos soluções de tais equações.

A única possibilidade que ainda não apareceu nas construções acima são os chamados paraboloides hiperbólicos.

Eles são obtidos por movimentos rígidos do conjunto solução de equações do seguinte tipo

$$cz = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \qquad \text{com} \qquad a, b, c \neq 0.$$

O nome é proveniente do fato que as seções determinadas por planos paralelos aos planos coordenados são parábolas ou hipérboles (ou "as" assíntotas de tais hipérboles!).