Geometria Analítica
Coordenadas Polares e Parametrizações

Adriano Moura

Unicamp

2021

Radianos

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"?

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto $\mathrm{p} \in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\}$$

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto $\mathrm{p} \in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas.

Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

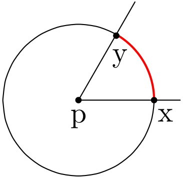
Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto $\mathrm{p} \in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.



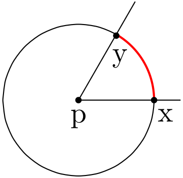
Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.



O comprimento do arco pode ser definido por um processo de aproximação (limite) por união de segmentos de retas cujas extremidades estão no arco.

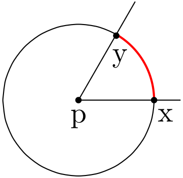
Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto $\mathrm{p} \in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.



O comprimento do arco pode ser definido por um processo de aproximação (limite) por união de segmentos de retas cujas extremidades estão no arco.

Se v e w são vetores diretores das semi-retas e A é o correspondente arco com $r = 1$

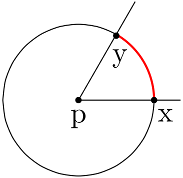
Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.



O comprimento do arco pode ser definido por um processo de aproximação (limite) por união de segmentos de retas cujas extremidades estão no arco.

Se v e w são vetores diretores das semi-retas e A é o correspondente arco com $r = 1$, define-se $\theta(v, w) = \|A\|$.

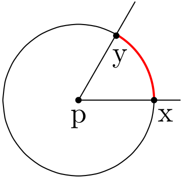
Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.



O comprimento do arco pode ser definido por um processo de aproximação (limite) por união de segmentos de retas cujas extremidades estão no arco.

Se v e w são vetores diretores das semi-retas e A é o correspondente arco com $r = 1$, define-se $\theta(v, w) = \|A\|$.

Temos $\theta(v, w) = \theta(v', w') \;\Leftrightarrow\; \varphi(v, w) = \varphi(v', w')$.

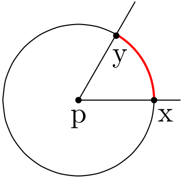
Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto $p \in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.



O comprimento do arco pode ser definido por um processo de aproximação (limite) por união de segmentos de retas cujas extremidades estão no arco.

Se v e w são vetores diretores das semi-retas e A é o correspondente arco com $r = 1$, define-se $\theta(v, w) = \|A\|$.

Temos $\theta(v, w) = \theta(v', w') \iff \varphi(v, w) = \varphi(v', w')$. O número $\theta(v, -v)$ é chamado de π.

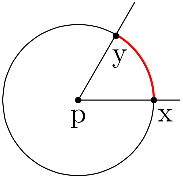
Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto $\mathrm{p} \in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.



O comprimento do arco pode ser definido por um processo de aproximação (limite) por união de segmentos de retas cujas extremidades estão no arco.

Se v e w são vetores diretores das semi-retas e A é o correspondente arco com $r = 1$, define-se $\theta(v, w) = \|A\|$.

Temos $\theta(v, w) = \theta(v', w') \;\Leftrightarrow\; \varphi(v, w) = \varphi(v', w')$. O número $\theta(v, -v)$ é chamado de π. Segue que $0 \leq \theta(v, w) \leq \pi$

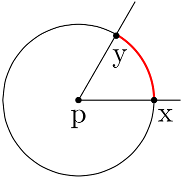
Radianos

O que é um "segmento de circunferência"? Como medir comprimento?

Dados um ponto p $\in \mathbb{R}^n$ e um vetor $v \in \mathbb{R}^n$, a semi-reta a partir de p no sentido de v é o conjunto

$$R^+(\mathrm{p}, v) = \{\mathrm{q} \in \mathbb{R}^n : \overrightarrow{\mathrm{pq}} = \lambda v \text{ com } \lambda \geq 0\} \subseteq R(\mathrm{p}, v).$$

Dados uma circunferência, $C = C(\mathrm{p}, r)$, e duas semi-retas a partir de p, sejam x e y os pontos de interseção de C com cada uma das semi-retas. A interseção de C com uma região convexa do plano determinada pelas semi-retas é dita um arco-circular.



O comprimento do arco pode ser definido por um processo de aproximação (limite) por união de segmentos de retas cujas extremidades estão no arco.

Se v e w são vetores diretores das semi-retas e A é o correspondente arco com $r = 1$, define-se $\theta(v, w) = \|A\|$.

Temos $\theta(v, w) = \theta(v', w') \iff \varphi(v, w) = \varphi(v', w')$. O número $\theta(v, -v)$ é chamado de π. Segue que $0 \leq \theta(v, w) \leq \pi$ e $\theta(v, w) = \frac{\pi}{2} \iff \varphi(v, w) = 0$.

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$.

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$. Em particular,

$$\langle v, w \rangle = \|v\| \; \|w\| \; \cos(\theta(v, w))$$

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$. Em particular,

$$\langle v, w\rangle = \|v\| \; \|w\| \; \cos(\theta(v, w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\| \cos(\theta(v, w)) \; \frac{w}{\|w\|}.$$

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$. Em particular,

$$\langle v, w\rangle = \|v\| \; \|w\| \; \cos(\theta(v, w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\| \cos(\theta(v, w)) \; \frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\mathrm{sen}(\theta) = \sqrt{1 - \cos(\theta)^2}$.

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$. Em particular,

$$\langle v, w\rangle = \|v\| \; \|w\| \; \cos(\theta(v, w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\| \cos(\theta(v, w)) \; \frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\operatorname{sen}(\theta) = \sqrt{1 - \cos(\theta)^2}$. Assim, se u é não nulo e $u \perp w$

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$. Em particular,

$$\langle v, w\rangle = \|v\| \; \|w\| \; \cos(\theta(v, w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\| \cos(\theta(v, w)) \; \frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\mathrm{sen}(\theta) = \sqrt{1 - \cos(\theta)^2}$. Assim, se u é não nulo e $u \perp w$, temos $v = \mathrm{Pr}_w(v) + \mathrm{Pr}_u(v)$

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$. Em particular,

$$\langle v, w\rangle = \|v\| \, \|w\| \, \cos(\theta(v, w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\| \cos(\theta(v, w)) \, \frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\mathrm{sen}(\theta) = \sqrt{1 - \cos(\theta)^2}$. Assim, se u é não nulo e $u \perp w$, temos $v = \mathrm{Pr}_w(v) + \mathrm{Pr}_u(v)$ e segue do Teorema de Pitágoras que

$$\mathrm{sen}(\theta(v, w)) = |\cos(\theta(v, u))|$$

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0,\pi] \to [-1,1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v,w)$ se $\theta = \theta(v,w)$. Em particular,

$$\langle v, w\rangle = \|v\|\;\|w\|\;\cos(\theta(v,w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\|\cos(\theta(v,w))\;\frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\mathrm{sen}(\theta) = \sqrt{1-\cos(\theta)^2}$. Assim, se u é não nulo e $u \perp w$, temos $v = \mathrm{Pr}_w(v) + \mathrm{Pr}_u(v)$ e segue do Teorema de Pitágoras que

$$\mathrm{sen}(\theta(v,w)) = |\cos(\theta(v,u))|$$

e $\mathrm{Pr}_u(v) = \pm\|v\|\;\mathrm{sen}(\theta(v,w))\dfrac{u}{\|u\|}$

Cosseno, Seno e Projeções

Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$. Em particular,

$$\langle v, w \rangle = \|v\| \; \|w\| \; \cos(\theta(v, w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\| \cos(\theta(v, w)) \; \frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\mathrm{sen}(\theta) = \sqrt{1 - \cos(\theta)^2}$. Assim, se u é não nulo e $u \perp w$, temos $v = \mathrm{Pr}_w(v) + \mathrm{Pr}_u(v)$ e segue do Teorema de Pitágoras que

$$\mathrm{sen}(\theta(v, w)) = |\cos(\theta(v, u))|$$

e $\mathrm{Pr}_u(v) = \pm \|v\| \; \mathrm{sen}(\theta(v, w)) \dfrac{u}{\|u\|}$, sendo o sinal o mesmo de $\cos(\theta(v, u))$.

Cosseno, Seno e Projeções

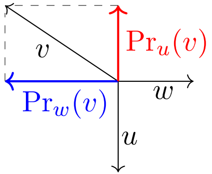
Além disso, temos uma função $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v, w)$ se $\theta = \theta(v, w)$. Em particular,

$$\langle v, w\rangle = \|v\| \ \|w\| \ \cos(\theta(v, w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\| \cos(\theta(v, w)) \ \frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\mathrm{sen}(\theta) = \sqrt{1 - \cos(\theta)^2}$. Assim, se u é não nulo e $u \perp w$, temos $v = \mathrm{Pr}_w(v) + \mathrm{Pr}_u(v)$ e segue do Teorema de Pitágoras que

$$\mathrm{sen}(\theta(v, w)) = |\cos(\theta(v, u))|$$

e $\mathrm{Pr}_u(v) = \pm\|v\| \ \mathrm{sen}(\theta(v, w))\dfrac{u}{\|u\|}$, sendo o sinal o mesmo de $\cos(\theta(v, u))$.



Cosseno, Seno e Projeções

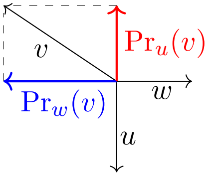
Além disso, temos uma função $\cos : [0,\pi] \to [-1,1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v,w)$ se $\theta = \theta(v,w)$. Em particular,

$$\langle v,w\rangle = \|v\|\ \|w\|\ \cos(\theta(v,w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\|\cos(\theta(v,w))\ \frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\mathrm{sen}(\theta) = \sqrt{1-\cos(\theta)^2}$. Assim, se u é não nulo e $u \perp w$, temos $v = \mathrm{Pr}_w(v) + \mathrm{Pr}_u(v)$ e segue do Teorema de Pitágoras que

$$\mathrm{sen}(\theta(v,w)) = |\cos(\theta(v,u))|$$

e $\mathrm{Pr}_u(v) = \pm\|v\|\ \mathrm{sen}(\theta(v,w))\dfrac{u}{\|u\|}$, sendo o sinal o mesmo de $\cos(\theta(v,u))$.



Em particular,

$$\|\mathrm{Pr}_w(v)\| = \|v\|\ |\cos(\theta(v,w))|$$

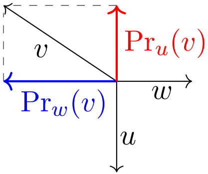
Além disso, temos uma função $\cos : [0,\pi] \to [-1,1]$ determinada por $\cos(\theta) = \varphi(v,w)$ se $\theta = \theta(v,w)$. Em particular,

$$\langle v, w\rangle = \|v\|\ \|w\|\ \cos(\theta(v,w)) \quad \text{e} \quad \mathrm{Pr}_w(v) = \|v\| \cos(\theta(v,w))\ \frac{w}{\|w\|}.$$

Defina $\mathrm{sen}(\theta) = \sqrt{1-\cos(\theta)^2}$. Assim, se u é não nulo e $u \perp w$, temos $v = \mathrm{Pr}_w(v) + \mathrm{Pr}_u(v)$ e segue do Teorema de Pitágoras que

$$\mathrm{sen}(\theta(v,w)) = |\cos(\theta(v,u))|$$

e $\mathrm{Pr}_u(v) = \pm\|v\|\ \mathrm{sen}(\theta(v,w))\dfrac{u}{\|u\|}$, sendo o sinal o mesmo de $\cos(\theta(v,u))$.



Em particular,

$\|\mathrm{Pr}_w(v)\| = \|v\|\ |\cos(\theta(v,w))|$ e

$\|\mathrm{Pr}_u(v)\| = \|v\|\ \mathrm{sen}(\theta(v,w))$.

Coordenadas Polares

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1)$$

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares.

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

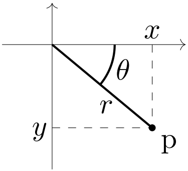
$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.

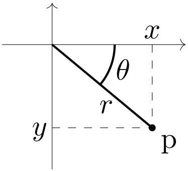


Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.

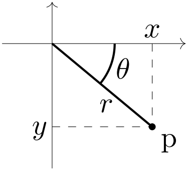


Assim, as componentes cartesianas do ponto p cujas coordenadas polares são (r, θ) são dadas por

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.



Assim, as componentes cartesianas do ponto p cujas coordenadas polares são (r, θ) são dadas por

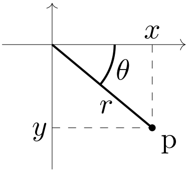
$$\mathrm{p} = (r\cos(\theta), r\ \mathrm{sen}(\theta)).$$

Coordenadas Polares

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.



Assim, as componentes cartesianas do ponto p cujas coordenadas polares são (r, θ) são dadas por

$$\mathrm{p} = (r\cos(\theta), r\ \mathrm{sen}(\theta)).$$

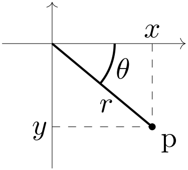
Note que a equação da circunferência $C(0, r_0)$

Coordenadas Polares

Dado $p = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(p) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, p)$ e

$$\theta(p) = \varepsilon(p)\ \theta(\overrightarrow{0p}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(p) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.



Assim, as componentes cartesianas do ponto p cujas coordenadas polares são (r, θ) são dadas por

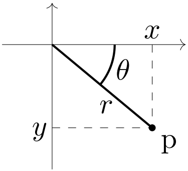
$$p = (r\cos(\theta), r\ \text{sen}(\theta)).$$

Note que a equação da circunferência $C(0, r_0)$ pode ser re-escrita, em coordenadas polares, como

Dado $p = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(p) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, p)$ e

$$\theta(p) = \varepsilon(p)\ \theta(\overrightarrow{0p}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(p) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.



Assim, as componentes cartesianas do ponto p cujas coordenadas polares são (r, θ) são dadas por

$$p = (r\cos(\theta), r\ \mathrm{sen}(\theta)).$$

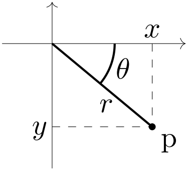
Note que a equação da circunferência $C(0, r_0)$ pode ser re-escrita, em coordenadas polares, como

$$r = r_0.$$

Dado $p = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(p) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, p)$ e

$$\theta(p) = \varepsilon(p)\ \theta(\overrightarrow{0p}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(p) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.



Assim, as componentes cartesianas do ponto p cujas coordenadas polares são (r, θ) são dadas por

$$p = (r\cos(\theta), r\ \mathrm{sen}(\theta)).$$

Note que a equação da circunferência $C(0, r_0)$ pode ser re-escrita, em coordenadas polares, como

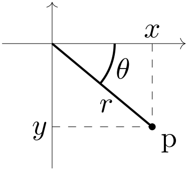
$$r = r_0.$$

De maneira mais geral, a equação de $C(p, r_0)$

Dado $\mathrm{p} = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, defina $r(\mathrm{p}) = \sqrt{x^2 + y^2} = d(0, \mathrm{p})$ e

$$\theta(\mathrm{p}) = \varepsilon(\mathrm{p})\ \theta(\overrightarrow{0\mathrm{p}}, e_1) \quad \text{com} \quad \varepsilon(\mathrm{p}) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \geq 0, \\ -1, & \text{se } y < 0. \end{cases}$$

Assim, p fica unicamente descrito por $(r, \theta) \in \mathbb{R}_{>0} \times (-\pi, \pi]$ chamado de suas coordenadas polares. A origem será representada pelos pares $(0, \theta)$.



Assim, as componentes cartesianas do ponto p cujas coordenadas polares são (r, θ) são dadas por

$$\mathrm{p} = (r\cos(\theta), r\ \mathrm{sen}(\theta)).$$

Note que a equação da circunferência $C(0, r_0)$ pode ser re-escrita, em coordenadas polares, como

$$r = r_0.$$

De maneira mais geral, a equação de $C(\mathrm{p}, r_0)$ pode ser re-escrita como

$$(r\cos(\theta) - x_0)^2 + (r\ \mathrm{sen}(\theta) - y_0)^2 = r_0^2.$$

Parametrizações

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples").

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t\ ,\ -1 + t\ ,\ -4t)$$

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t\ ,\ -1 + t\ ,\ -4t)$$

é uma parametrização da reta $R(\mathrm{p}, v)$ com $\mathrm{p} = (1, -1, 0)$ e $v = (2, 1, -4)$.

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t\ ,\ -1 + t\ ,\ -4t)$$

é uma parametrização da reta $R(\mathrm{p}, v)$ com $\mathrm{p} = (1, -1, 0)$ e $v = (2, 1, -4)$.

Já se fizermos $X = [0, 1] \subseteq \mathbb{R}$

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t\ ,\ -1 + t\ ,\ -4t)$$

é uma parametrização da reta $R(\mathrm{p}, v)$ com $\mathrm{p} = (1, -1, 0)$ e $v = (2, 1, -4)$.

Já se fizermos $X = [0, 1] \subseteq \mathbb{R}$, passamos a ter uma parametrização do segmento de reta $\overline{\mathrm{pq}}$ com $\mathrm{q} = (3, 0, -4)$.

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t \ , \ -1 + t \ , \ -4t)$$

é uma parametrização da reta $R(\mathrm{p}, v)$ com $\mathrm{p} = (1, -1, 0)$ e $v = (2, 1, -4)$.

Já se fizermos $X = [0, 1] \subseteq \mathbb{R}$, passamos a ter uma parametrização do segmento de reta $\overline{\mathrm{pq}}$ com $\mathrm{q} = (3, 0, -4)$.

Veja que a função $\beta(t) = (1 + 2t^3 \ , \ -1 + t^3 \ , \ -4t^3)$ com $X = \mathbb{R}$

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t \ , \ -1 + t \ , \ -4t)$$

é uma parametrização da reta $R(\mathrm{p}, v)$ com $\mathrm{p} = (1, -1, 0)$ e $v = (2, 1, -4)$.

Já se fizermos $X = [0, 1] \subseteq \mathbb{R}$, passamos a ter uma parametrização do segmento de reta $\overline{\mathrm{pq}}$ com $\mathrm{q} = (3, 0, -4)$.

Veja que a função $\beta(t) = (1 + 2t^3 \ , \ -1 + t^3 \ , \ -4t^3)$ com $X = \mathbb{R}$ é uma parametrização da mesma reta.

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t\ ,\ -1 + t\ ,\ -4t)$$

é uma parametrização da reta $R(\mathrm{p}, v)$ com $\mathrm{p} = (1, -1, 0)$ e $v = (2, 1, -4)$.

Já se fizermos $X = [0, 1] \subseteq \mathbb{R}$, passamos a ter uma parametrização do segmento de reta $\overline{\mathrm{pq}}$ com $\mathrm{q} = (3, 0, -4)$.

Veja que a função $\beta(t) = (1 + 2t^3\ ,\ -1 + t^3\ ,\ -4t^3)$ com $X = \mathbb{R}$ é uma parametrização da mesma reta.

Por outro lado, $\gamma(t) = (1 + 2t^2\ ,\ -1 + t^2\ ,\ -4t^2)$ com $X = \mathbb{R}$

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t \ , \ -1 + t \ , \ -4t)$$

é uma parametrização da reta $R(\mathrm{p}, v)$ com $\mathrm{p} = (1, -1, 0)$ e $v = (2, 1, -4)$.

Já se fizermos $X = [0, 1] \subseteq \mathbb{R}$, passamos a ter uma parametrização do segmento de reta $\overline{\mathrm{pq}}$ com $\mathrm{q} = (3, 0, -4)$.

Veja que a função $\beta(t) = (1 + 2t^3 \ , \ -1 + t^3 \ , \ -4t^3)$ com $X = \mathbb{R}$ é uma parametrização da mesma reta.

Por outro lado, $\gamma(t) = (1 + 2t^2 \ , \ -1 + t^2 \ , \ -4t^2)$ com $X = \mathbb{R}$ é uma parametrização da semi-reta $R^+(\mathrm{p}, v)$.

Parametrizações

Dado um conjunto C, uma parametrização de C é uma função sobrejetora $\alpha : X \to C$ sendo X um outro conjunto ("mais simples"). O conjunto X é dito o conjunto de parâmetros da parametrização α.

Por exemplo, a função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$\alpha(t) = (1 + 2t\ ,\ -1 + t\ ,\ -4t)$$

é uma parametrização da reta $R(\mathrm{p}, v)$ com $\mathrm{p} = (1, -1, 0)$ e $v = (2, 1, -4)$.

Já se fizermos $X = [0, 1] \subseteq \mathbb{R}$, passamos a ter uma parametrização do segmento de reta $\overline{\mathrm{pq}}$ com $\mathrm{q} = (3, 0, -4)$.

Veja que a função $\beta(t) = (1 + 2t^3\ ,\ -1 + t^3\ ,\ -4t^3)$ com $X = \mathbb{R}$ é uma parametrização da mesma reta.

Por outro lado, $\gamma(t) = (1 + 2t^2\ ,\ -1 + t^2\ ,\ -4t^2)$ com $X = \mathbb{R}$ é uma parametrização da semi-reta $R^+(\mathrm{p}, v)$.

O segmento $\overline{\mathrm{pq}}$ também pode ser parametrizado por $\delta(t) = (1 + 2\cos(t)\ ,\ -1 + \cos(t)\ ,\ -4\cos(t))$ com $-\pi/2 \le t \le \pi/2$.

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \,\mathrm{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar
$\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \,\mathrm{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar
$\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \,\mathrm{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\beta(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}), -r \leq x \leq r$

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar
$\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\beta(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}), -r \leq x \leq r$, parametriza o mesmo arco circular que a função $\gamma(t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ t \in [0, \pi]$.

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar
$\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\beta(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}), -r \leq x \leq r$, parametriza o mesmo arco circular que a função $\gamma(t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ t \in [0, \pi]$.

A função $f(s) = (a \cos(s)\ ,\ b \operatorname{sen}(s)),\ s \in [-\pi, \pi]$

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar
$\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\beta(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}), -r \leq x \leq r$, parametriza o mesmo arco circular que a função $\gamma(t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ t \in [0, \pi]$.

A função $f(s) = (a \cos(s)\ ,\ b \operatorname{sen}(s)),\ s \in [-\pi, \pi]$, parametriza a elipse determinada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar $\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\beta(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}), -r \leq x \leq r$, parametriza o mesmo arco circular que a função $\gamma(t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ t \in [0, \pi]$.

A função $f(s) = (a \cos(s)\ ,\ b \operatorname{sen}(s)),\ s \in [-\pi, \pi]$, parametriza a elipse determinada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

A função $\gamma(r, t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ r \in [0, r_0],\ t \in [-\pi, \pi]$

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar $\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\beta(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}), -r \leq x \leq r$, parametriza o mesmo arco circular que a função $\gamma(t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ t \in [0, \pi]$.

A função $f(s) = (a \cos(s)\ ,\ b \operatorname{sen}(s)),\ s \in [-\pi, \pi]$, parametriza a elipse determinada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

A função $\gamma(r, t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ r \in [0, r_0],\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza a região delimitada por $C(0, r_0)$.

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar
$\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\beta(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}), -r \leq x \leq r$, parametriza o mesmo arco circular que a função $\gamma(t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ t \in [0, \pi]$.

A função $f(s) = (a \cos(s)\ ,\ b \operatorname{sen}(s)),\ s \in [-\pi, \pi]$, parametriza a elipse determinada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

A função $\gamma(r, t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ r \in [0, r_0],\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza a região delimitada por $C(0, r_0)$.

A função $\alpha(t) = (2 \cos(t)\ ,\ 1\ ,\ 5 + 2 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$

Parametrizações de Circunferências, Elipses, etc...

A função $\gamma(t) = (r_0 \cos(t)\ ,\ r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza $C(0, r_0)$.

Para parametrizar $C(\mathrm{p}, r_0)$ com $\mathrm{p} = (x_0, y_0)$, podemos usar $\alpha(t) = (x_0 + r_0 \cos(t)\ ,\ y_0 + r_0 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$.

A função $\beta(x) = (x, \sqrt{r^2 - x^2}), -r \leq x \leq r$, parametriza o mesmo arco circular que a função $\gamma(t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ t \in [0, \pi]$.

A função $f(s) = (a \cos(s)\ ,\ b \operatorname{sen}(s)),\ s \in [-\pi, \pi]$, parametriza a elipse determinada por $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

A função $\gamma(r, t) = (r \cos(t)\ ,\ r \operatorname{sen}(t)),\ r \in [0, r_0],\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza a região delimitada por $C(0, r_0)$.

A função $\alpha(t) = (2 \cos(t)\ ,\ 1\ ,\ 5 + 2 \operatorname{sen}(t)),\ t \in [-\pi, \pi]$, parametriza uma circunferência centrada em $\mathrm{p} = (0, 1, 5)$ contida no plano $y = 1$.

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$$

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \text{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2$$

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4}$$

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.

Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4}$$

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4} = 1$$

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4} = 1$$

Assim, a imagem da função $\gamma(t) = (a\cosh(t)\ ,\ b\operatorname{senh}(t)), t \in \mathbb{R}$

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4} = 1$$

Assim, a imagem da função $\gamma(t) = (a\cosh(t)\ ,\ b\operatorname{senh}(t)), t \in \mathbb{R}$, está contida na hipérbole determinada por $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Seno e Cosseno Hiperbólicos

Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4} = 1$$

Assim, a imagem da função $\gamma(t) = (a\cosh(t)\ ,\ b\operatorname{senh}(t)), t \in \mathbb{R}$, está contida na hipérbole determinada por $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$.

Seno e Cosseno Hiperbólicos

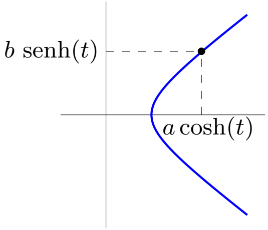
Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4} = 1$$

Assim, a imagem da função $\gamma(t) = (a\cosh(t)\ ,\ b\operatorname{senh}(t)), t \in \mathbb{R}$, está contida na hipérbole determinada por $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$.



Seno e Cosseno Hiperbólicos

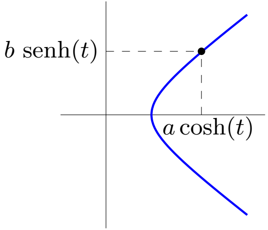
Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4} = 1$$

Assim, a imagem da função $\gamma(t) = (a\cosh(t)\ ,\ b\operatorname{senh}(t)), t \in \mathbb{R}$, está contida na hipérbole determinada por $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$.



De fato, senh é uma função ímpar bijetora

Seno e Cosseno Hiperbólicos

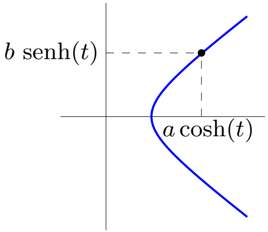
Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4} = 1$$

Assim, a imagem da função $\gamma(t) = (a\cosh(t)\ ,\ b\operatorname{senh}(t)), t \in \mathbb{R}$, está contida na hipérbole determinada por $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$.



De fato, senh é uma função ímpar bijetora e cosh é uma função par com imagem $[1, \infty)$.

Seno e Cosseno Hiperbólicos

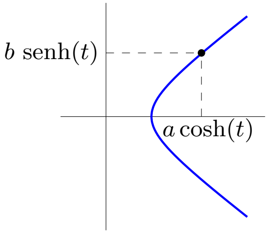
Considere as funções definidas em $\mathbb{R}$ dadas por

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

chamadas, respectivamente, de cosseno e seno hiperbólico.
Observe que

$$\cosh(t)^2 - \operatorname{senh}(t)^2 = \frac{e^{2t} + 2 + e^{-2t}}{4} - \frac{e^{2t} - 2 + e^{-2t}}{4} = 1$$

Assim, a imagem da função $\gamma(t) = (a\cosh(t)\ ,\ b\operatorname{senh}(t)), t \in \mathbb{R}$, está contida na hipérbole determinada por $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$.



De fato, senh é uma função ímpar bijetora e cosh é uma função par com imagem $[1, \infty)$.

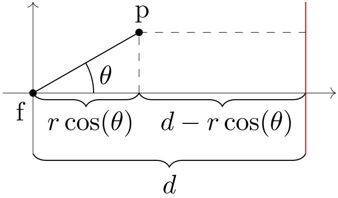
Com um pouco mais de cuidado, mostra-se que a imagem de γ é o ramo direito da hipérbole.

Cônicas em Coordenadas Polares

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\ d(\mathrm{p}, R)$.

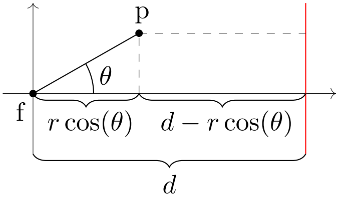
Cônicas em Coordenadas Polares

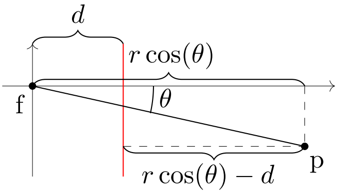
Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\ d(\mathrm{p}, R)$.



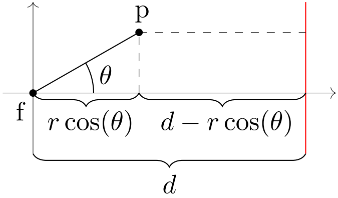
Cônicas em Coordenadas Polares

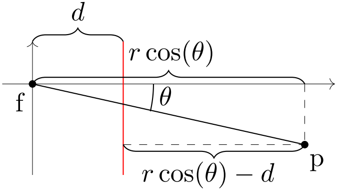
Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $p \in C \iff d(p, 0) = e\, d(p, R)$.





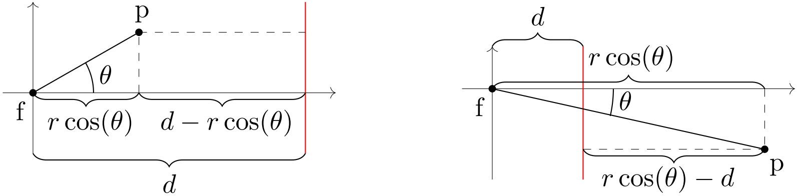
Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\ d(\mathrm{p}, R)$.





Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$.

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\ d(\mathrm{p}, R)$.

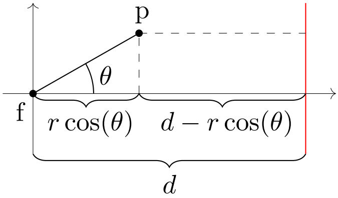


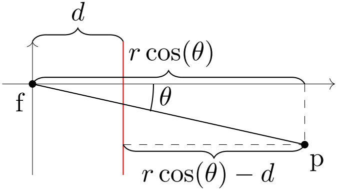
Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\mathrm{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

Cônicas em Coordenadas Polares

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\text{p} \in C \iff d(\text{p}, 0) = e\ d(\text{p}, R)$.



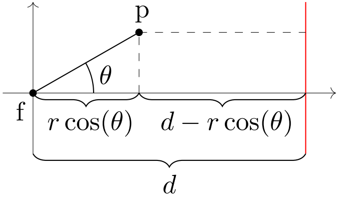


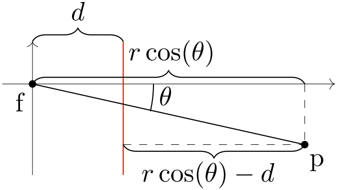
Temos $d(\text{p}, 0) = r$ e $d(\text{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\text{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

Se C é uma elipse

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\ d(\mathrm{p}, R)$.





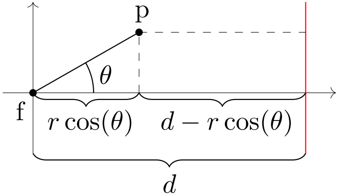
Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\mathrm{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

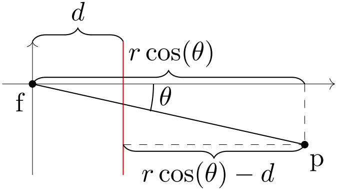
$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

Se C é uma elipse, todos os pontos de C estão à esquerda de R

Cônicas em Coordenadas Polares

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\, d(\mathrm{p}, R)$.





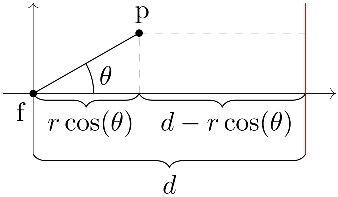
Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\mathrm{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

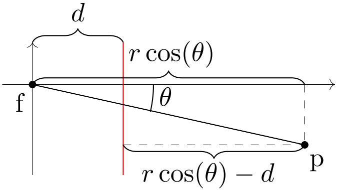
$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

Se C é uma elipse, todos os pontos de C estão à esquerda de R e, como $e < 1$

Cônicas em Coordenadas Polares

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\, d(\mathrm{p}, R)$.





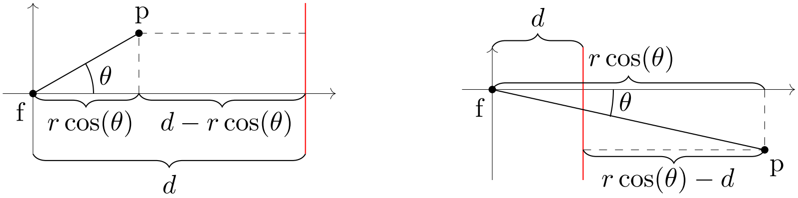
Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\mathrm{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

Se C é uma elipse, todos os pontos de C estão à esquerda de R e, como $e < 1$, $1 + e\cos(\theta) \neq 0\ \forall\ \theta$.

Cônicas em Coordenadas Polares

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\, d(\mathrm{p}, R)$.



Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\mathrm{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

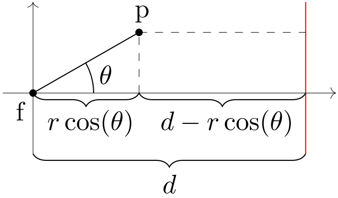
$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

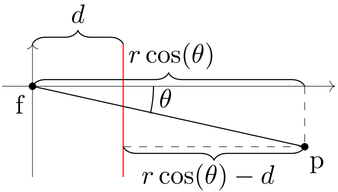
Se C é uma elipse, todos os pontos de C estão à esquerda de R e, como $e < 1$, $1 + e\cos(\theta) \neq 0\ \forall\ \theta$. Portanto, podemos escrever r em função de θ:

$$r + re\cos(\theta) = ed$$

Cônicas em Coordenadas Polares

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\, d(\mathrm{p}, R)$.





Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\mathrm{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

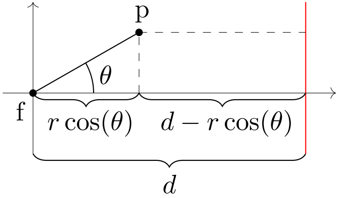
$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

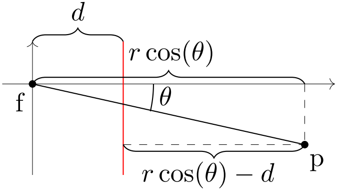
Se C é uma elipse, todos os pontos de C estão à esquerda de R e, como $e < 1$, $1 + e\cos(\theta) \neq 0 \ \forall\ \theta$. Portanto, podemos escrever r em função de θ:

$$r + re\cos(\theta) = ed \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{ed}{1 + e\cos(\theta)}$$

Cônicas em Coordenadas Polares

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\, d(\mathrm{p}, R)$.





Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\mathrm{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

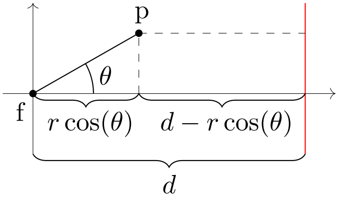
Se C é uma elipse, todos os pontos de C estão à esquerda de R e, como $e < 1$, $1 + e\cos(\theta) \neq 0\ \forall\ \theta$. Portanto, podemos escrever r em função de θ:

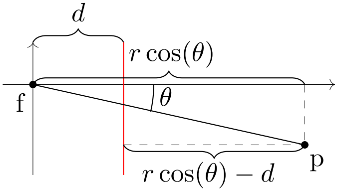
$$r + re\cos(\theta) = ed \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{ed}{1 + e\cos(\theta)}$$

Deixando θ variar em $(-\pi, \pi]$

Cônicas em Coordenadas Polares

Considere a cônica C com par foco-diretriz $(0, R)$ sendo R dada por $x = d$ com $d > 0$. Por definição, $\mathrm{p} \in C \iff d(\mathrm{p}, 0) = e\, d(\mathrm{p}, R)$.





Temos $d(\mathrm{p}, 0) = r$ e $d(\mathrm{p}, R) = |d - r\cos(\theta)|$. Ou seja, $\mathrm{p} \in C$ se, e somente se, suas coordenadas polares satisfazem a equação

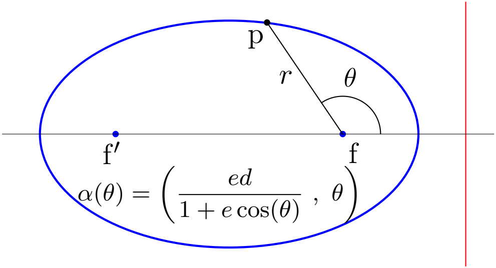
$$r = e|d - r\cos(\theta)|.$$

Se C é uma elipse, todos os pontos de C estão à esquerda de R e, como $e < 1$, $1 + e\cos(\theta) \neq 0\ \forall\ \theta$. Portanto, podemos escrever r em função de θ:

$$r + re\cos(\theta) = ed \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{ed}{1 + e\cos(\theta)}$$

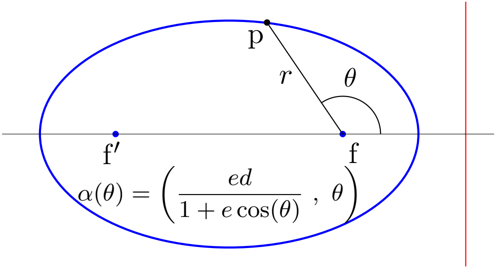
Deixando θ variar em $(-\pi, \pi]$, obtemos uma parametrização polar (bijetora!) da elipse.

Elipses em Coordenadas Polares



$$\alpha(\theta) = \left(\frac{ed}{1 + e\cos(\theta)} \;,\; \theta \right)$$

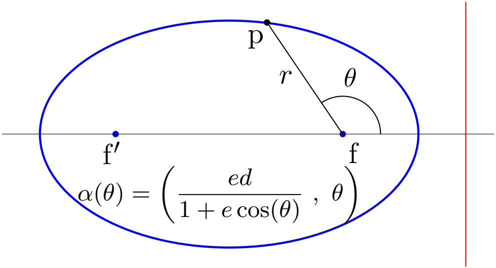
Elipses em Coordenadas Polares



$$\alpha(\theta) = \left(\frac{ed}{1 + e\cos(\theta)} \; , \; \theta \right)$$

Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$

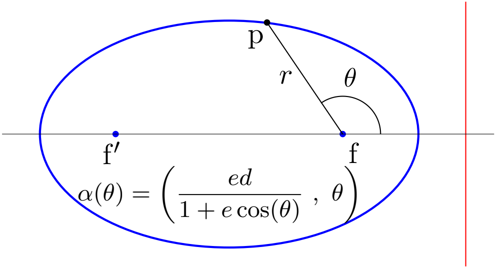
Elipses em Coordenadas Polares



$$\alpha(\theta) = \left(\frac{ed}{1 + e\cos(\theta)} \ , \ \theta \right)$$

Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

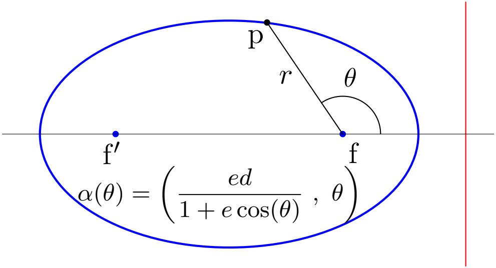
$$\left(\frac{ed}{1+e} \ , \ 0 \right)$$



Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

$$\left(\frac{ed}{1+e}\ ,\ 0\right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e}\ ,\ 0\right)$$

Elipses em Coordenadas Polares



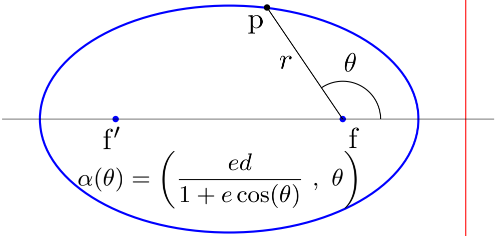
$$\alpha(\theta) = \left(\frac{ed}{1 + e\cos(\theta)} \ , \ \theta \right)$$

Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

$$\left(\frac{ed}{1+e} \ , \ 0 \right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e} \ , \ 0 \right)$$

em coordenadas cartesianas!

Elipses em Coordenadas Polares



$$\alpha(\theta) = \left(\frac{ed}{1 + e\cos(\theta)} \;,\; \theta \right)$$

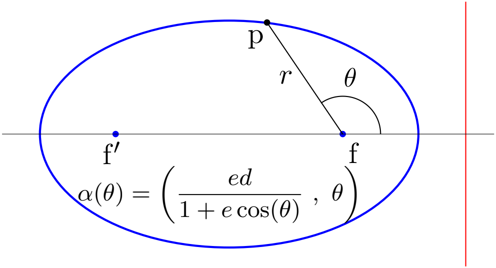
Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

$$\left(\frac{ed}{1+e} \;,\; 0 \right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e} \;,\; 0 \right)$$

em coordenadas cartesianas!

Assim, o diâmetro maior é $2a$ com $a = \dfrac{ed}{1-e^2}$

Elipses em Coordenadas Polares



$$\alpha(\theta) = \left(\frac{ed}{1 + e\cos(\theta)}\ ,\ \theta \right)$$

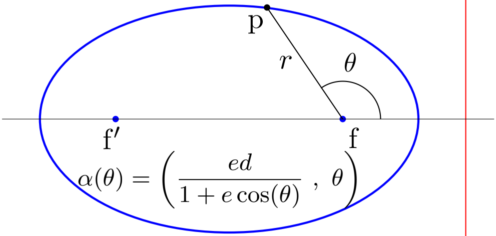
Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

$$\left(\frac{ed}{1+e}\ ,\ 0 \right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e}\ ,\ 0 \right)$$

em coordenadas cartesianas!

Assim, o diâmetro maior é $2a$ com $a = \dfrac{ed}{1-e^2}$ e o centro é $(-ae, 0)$.

Elipses em Coordenadas Polares



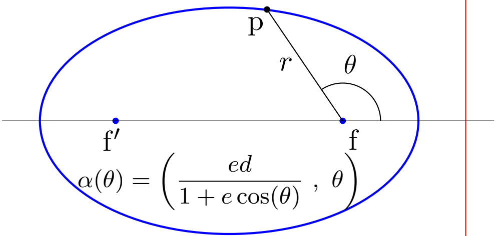
Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

$$\left(\frac{ed}{1+e} \; , \; 0 \right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e} \; , \; 0 \right)$$

em coordenadas cartesianas!

Assim, o diâmetro maior é $2a$ com $a = \dfrac{ed}{1-e^2}$ e o centro é $(-ae, 0)$.
Segue que a equação desta elipse em coordenadas cartesianas é

Elipses em Coordenadas Polares



$$\alpha(\theta) = \left(\frac{ed}{1 + e\cos(\theta)} \ , \ \theta \right)$$

Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

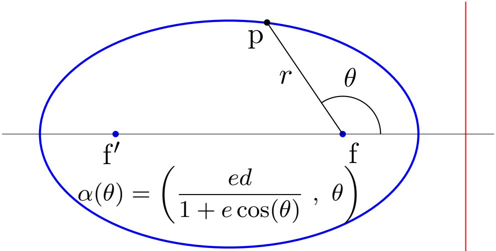
$$\left(\frac{ed}{1+e} \ , \ 0 \right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e} \ , \ 0 \right)$$

em coordenadas cartesianas!

Assim, o diâmetro maior é $2a$ com $a = \dfrac{ed}{1-e^2}$ e o centro é $(-ae, 0)$.
Segue que a equação desta elipse em coordenadas cartesianas é

$$\frac{(x + ae)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Elipses em Coordenadas Polares



Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

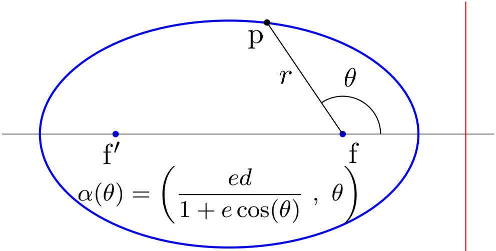
$$\left(\frac{ed}{1+e} \ , \ 0 \right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e} \ , \ 0 \right)$$

em coordenadas cartesianas!

Assim, o diâmetro maior é $2a$ com $a = \dfrac{ed}{1-e^2}$ e o centro é $(-ae, 0)$.
Segue que a equação desta elipse em coordenadas cartesianas é

$$\frac{(x+ae)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{com} \qquad b = a\sqrt{1-e^2}$$

Elipses em Coordenadas Polares



Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

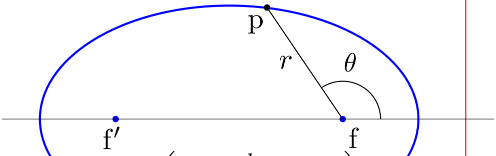
$$\left(\frac{ed}{1+e} \,,\; 0 \right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e} \,,\; 0 \right)$$

em coordenadas cartesianas!

Assim, o diâmetro maior é $2a$ com $a = \dfrac{ed}{1-e^2}$ e o centro é $(-ae, 0)$.
Segue que a equação desta elipse em coordenadas cartesianas é

$$\frac{(x+ae)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{com} \qquad b = a\sqrt{1-e^2} = \frac{ed}{\sqrt{1-e^2}}.$$

Elipses em Coordenadas Polares



$$\alpha(\theta) = \left(\frac{ed}{1 + e\cos(\theta)}\ ,\ \theta \right)$$

Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

$$\left(\frac{ed}{1+e}\ ,\ 0 \right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e}\ ,\ 0 \right)$$

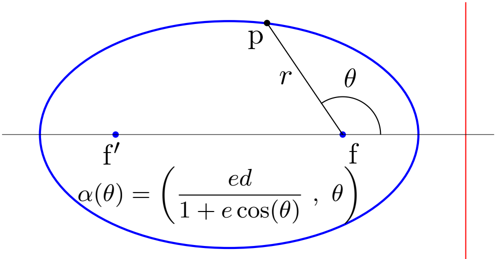
em coordenadas cartesianas!

Assim, o diâmetro maior é $2a$ com $a = \dfrac{ed}{1-e^2}$ e o centro é $(-ae, 0)$.
Segue que a equação desta elipse em coordenadas cartesianas é

$$\frac{(x+ae)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{com} \qquad b = a\sqrt{1-e^2} = \frac{ed}{\sqrt{1-e^2}}.$$

Com isso, podemos calcular os vértices secundários e os focos.

Elipses em Coordenadas Polares



Obtemos os vértices principais quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$:

$$\left(\frac{ed}{1+e}\ ,\ 0\right) \quad \text{e} \quad \left(-\frac{ed}{1-e}\ ,\ 0\right)$$

em coordenadas cartesianas!

Assim, o diâmetro maior é $2a$ com $a = \dfrac{ed}{1-e^2}$ e o centro é $(-ae, 0)$.
Segue que a equação desta elipse em coordenadas cartesianas é

$$\frac{(x+ae)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{com} \qquad b = a\sqrt{1-e^2} = \frac{ed}{\sqrt{1-e^2}}.$$

Com isso, podemos calcular os vértices secundários e os focos.

Exercício: Faça o mesmo para o caso de parábolas e hipérboles.