TOPOLOGIA ALGEBRICA
EXAME DE QUALIFICAÇÃO
DEZEMBRO 2006

1) Seja $\mathbb{K} = \mathbb{R}, \mathbb{C}$ ou $\mathbb{H}$, e $\varepsilon = 1, 2, 4$ para $\mathbb{K} = \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{H}$ respectivamente.

a) Seja $p : S^{\varepsilon n-1} \to \mathbb{K}P^{n-1}$ a projeção ao quociente. Demonstrar que $\mathbb{K}P^{n+1}$ é homeomorfo a $\mathbb{K}P^n \cup_p D^{\varepsilon(n+1)}$.

b) Demonstrar que $\mathbb{K}P^n$ tem uma decomposição CW com uma célula em cada dimensão εk, $k = 1, \ldots, n$.

c) Calcule a homologia e cohomologia de $\mathbb{K}P^n$ usando os complexos C-W. No caso de $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ somente precisa dezir qual é a aplicação fronteira do complexo de cadeias C-W, sem justificar.

d) Calcule a homologia e cohomologia da soma conexa $\mathbb{R}P^4 \# \mathbb{C}P^2$.

2) Seja $f : S^1 \times S^1 \to S^2$ obtida colapsando $S^1 \times \{1\} \cup \{1\} \times S^1$ a um ponto. Mostre que f não é homotópicamente nula mostrando que induz um isomorfismo em H_2. Por outro lado, mostre usando recobrementos que toda função $h : S^2 \to S\ 1 \times S^1$ é homotópicamente nula.

3) Calcule a homologia dos seguintes complexos:

a) $S^1 \times (S^1 \vee S^1)$

b) O complexo obtido do disco D^2 ao tirar dois subdiscos disjuntos e identificando as três circulos de fronteiras por homeomorfismos que preservan a orientação das fronteiras.

4) Suponha que existe a fibração $S^k \cdots S^{n+k} \to S^n$. Mostre que então $k = n - 1$.

TOPOLOGIA ALGEBRICA
EXAME DE QUALIFICAÇÃO
JULHO 2006

1) Considere os complexos C-W P_n obtidos da adjunção de uma 2-célula a S^1 pela aplicação $f_n : S^1 \to S^1$, $f_n(cos(\theta), \sin(\theta)) = (cos(n\theta), \sin(n\theta))$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

1a) (3 pontos) Calcule a homologia de P_n com coeficientes inteiros e racionais.

1b) (1 ponto) Calcule a cohomologia de P_n com coeficientes inteiros e racionais.

1c) (1 ponto) Calcule a homologia do produto $P_n \times P_m$ com coeficientes inteiros,

1d) (1 ponto) Calcule o anel de cohomologia de $P_0 \times S^2$.

2) (1 ponto) Seja $g : S^2 \to S^2$ uma função contínua que satisfaz $g(-x) = -g(x)$; então g induz uma função contínua $f : \mathbb{R}P^2 \to \mathbb{R}P^2$. Demostrar que f induz um isomorfismo $f_* : \pi_1(\mathbb{R}P^2) \to \pi_1(\mathbb{R}P^2)$.

3) 3a) (1 ponto) Suponha que $F \cdots E \to B$ é uma fibração tal que a inclusão $F \hookrightarrow E$ da fibra no espaço total é homotópica à aplicação constante. Monstre que então a seqüência longa de homotopia se divide em seqüências exatas curtas que fornecem isomorfismos $\pi_n(B) \cong \pi_n(E) \oplus \pi_{n-1}(F)$.

3b) (1 ponto) Use as fibrações de Hopf $S^3 \cdots S^7 \to S^4$ e $S^7 \cdots S^{15} \to S^8$ para mostrar que $\pi_7(S^4)$ e $\pi_{15}(S^8)$ contém subgrupos isomorfos a $\mathbb{Z}$.

4) (2 pontos) Seja $f : S^1 \times S^5 \to S^1 \times S^5$ dada por $f(\theta, \phi) = (\theta, g(\phi))$, onde g é um homeomorfismo de S^5. Seja $X = S^1 \times D^6 \cup_f D^2 \times S^5$; isto é, X é o quociente $Y/\sim$ onde Y é a união disjunta $Y = S^1 \times D^6 \uplus D^2 \times S^5$ e a relação $\sim$ identifica os pontos das fronteiras $S^1 \times S^5$ por f.

Mostre que X tem a mesma homologia que a esfera S^7. (sugestão: use a seqüência de Mayer-Vietoris. Pode supor que X é uma variedade, e aplicando dualidade de Poincaré e teoremas de coficiente universal, somente precisa calcular uns poucos grupos de homologia)

$\mathbf{Z} \otimes G \simeq G$	$\mathbf{Z} * G = 0$
$\mathrm{Hom}(\mathbf{Z},G) \simeq G$	$\mathrm{Ext}(\mathbf{Z},G) = 0$
$\mathbf{Z}/m \otimes G \simeq G/mG$	$\mathbf{Z}/m * G \simeq \ker(G \xrightarrow{m} G)$
$\mathrm{Hom}(\mathbf{Z}/m,G) \simeq \ker(G \xrightarrow{m} G)$	$\mathrm{Ext}(\mathbf{Z}/m,G) \simeq G/mG$

In particular, these rules imply the following, where $d = \gcd(m,n)$:

$\mathbf{Z}/m \otimes \mathbf{Z} \simeq \mathbf{Z}/m$	$\mathbf{Z}/m * \mathbf{Z} = 0$
$\mathrm{Hom}(\mathbf{Z}/m,\mathbf{Z}) = 0$	$\mathrm{Ext}(\mathbf{Z}/m,\mathbf{Z}) \simeq \mathbf{Z}/m$

$\mathbf{Z}/m \otimes \mathbf{Z}/n \simeq \mathbf{Z}/m * \mathbf{Z}/n \simeq \mathrm{Hom}(\mathbf{Z}/m,\mathbf{Z}/n) \simeq \mathrm{Ext}(\mathbf{Z}/m,\mathbf{Z}/n) \simeq \mathbf{Z}/d$

Exame Qualificação - Álgebra Comutativa - 13/12/2006

Todos os anéis considerados nesta prova são comutativos e com identidade não nula.

Faça a primeira questão e mais duas entre as 3 últimas.

1.(4pts) Responda falso ou verdadeiro a cada uma das afirmações abaixo. Justifique suas respostas (respostas sem justificativas não serão consideradas).

a) (1pt) Se R é um domínio noetheriano que tem dimensão de Krull igual a $\mathbf{1}$ e $I \subset R$ é um ideal próprio e não nulo então I tem uma única decomposição primária.

b) (1pt) Se A é anel Noetheriano e para todo ideal I de A tem-se que $I = I^2$ então A é artiniano.

c)(1pt) Sejam M e P R-módulos finitamente gerados e não nulos, com R sendo um anel . Se $N \subseteq M$ é um R-sub-módulo não nulo de M então o submódulo de $M \otimes_R P$ gerado pelo conjunto $\{n \otimes p;\ n \in N \text{ e } p \in P\}$ é não nulo também.

d)(1pt)Seja $A = K[X, Y]$ o anel de polinômios a 2 variáveis sobre o corpo K. O ideal $m \subset A$ é maximal se e só se existem $a, b \in K$ tal que $m = (X - a, Y - b)$.

2.(3pts) Seja R um anel . Chame de S o conjunto dos elementos regulares de R (lembro que um elemento $r \in R \setminus \{0\}$ é dito regular se ele não é divisor de zero, i.e, satisfaz: $rs = 0, s \in R \Rightarrow s = 0$). Mostre que:

a) S é um sistema multiplicativo e que todo elemento não nulo de $S^{-1}R$ ou é divisor de zero ou é unidade (elemento invertível) de $S^{-1}R$.

b) Se R é finito e R^* denota o conjunto das unidades de R então $S = R^*$ e $S^{-1}R \simeq R$. Encontre S sabendo que $R = \mathbb{Z}_{18}$.

c) Se R é noetheriano e $(0) = \sqrt{(0)}$ (i.e., (0) é nilradical de R) então $S^{-1}R$ é artiniano.

3.(3pts) Sejam A um anel que contém o corpo dos números racionais $\mathbb{Q}$, M um A-módulo e $L = M \otimes_A M$. Considere em L o submódulo N gerado pelo conjunto $\{m \otimes m' + m' \otimes m \mid m, m' \in M\}$.
Chame $M \wedge M := \frac{L}{N} = \frac{M \otimes M}{N}$. Para $\alpha \in L$ faça as notações $\overline{\alpha} = \alpha + N$ e $\overline{m \otimes m'} = m \wedge m'$. Mostre que:

a) Se P é A-módulo e $\varphi : M \times M \longrightarrow P$ é uma aplicação A-bilinear e alternada (ie, $\varphi(m, m') = -\varphi(m', m)$) então existe única aplicação A-linear $\overline{\varphi} : M \wedge M \longrightarrow P$ tal que $\overline{\varphi}(m \wedge m') = \varphi(m, m')$.

b) Se $M = Am_1 + \cdots + Am_k$ então $M \wedge M$ é gerado pelo conjunto $\{m_i \wedge m_j;\ 1 \leq i < j \leq k\}$.

c) Se $M = A^n$ então $M \wedge M$ é A-módulo livre de posto $\frac{n(n-1)}{2}$.

---

4. (3pts)(Dimensão de Krull) Seja A um anel.

a) Defina a dimensão de Krull de A.

b) Qual é a dimensão de Krull de um dominio A que não é corpo e que $\frac{A}{(x)}$ é finito para todo $x \in A$ não nulo. Justifique sua resposta.

c) Dê um exemplo de um anel A com dimensão de Krull infinita.

d) Se $A = k[X, Y, Z]$ é anel de polinômios a 3 variáveis sobre o corpo k e $\wp$ é o ideal definido por $\wp = (X - Y, Y - Z, Z)$. Qual é a dimensão de Krull de $A_\wp$? Justifique sua resposta.

e) Se $A = k[X, Y, Z, W]$ é anel de polinômios a 4 variáveis sobre o corpo k, I é o ideal definido por $I = (X - Y, Z^2 - W)$ e $B = \frac{A}{I}$.Sabe-se que o anel B é domínio e que L é o corpo de frações de B. Qual é o grau de transcendência de L sobre k ?

Boa Prova

IMECC-UNICAMP-DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
EXAME DE QUALIFICAÇÃO DE DOUTORADO
ANÁLISE FUNCIONAL
DATA: 15/12/2006

(1) Seja $K : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}$ uma aplicação contínua e seja C o espaço vetorial real das funções contínuas $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ munido da norma do supremo. Definamos $J : C \to C$ por $(Jf)(x) = \int_0^1 K(x,y)f(y)dy$.

(A) A aplicação $J : C \to C$ é compacta?

(B) A aplicação $J : C \to C$ pode ter uma inversa compacta?

(2) Seja X um espaço vetorial real normado. Mostre que para quaisquer $a \in \mathbb{R}$ e $f \in X^*$, $f \not\equiv 0$, o hiperplano $\{x \in X : f(x) = a\}$ é um conjunto não-vazio. (Notação: X^* denota o dual topológico de X.)

(3)
(A) Enuncie o Teorema do Gráfico Fechado.

(B) Seja C o espaço vetorial real das funções contínuas $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ munido da norma do supremo e seja X o espaço vetorial real das funções contínuas $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ com a norma $\|f\|_2 = \left(\int_0^1 |f(x)|^2 dx\right)^{1/2}$.
Mostre que a aplicação identidade $I : C \to X$ tem gráfico fechado, mas não é contínua. Isso contradiz o Teorema do Gráfico Fechado?

(4)
(A) Enuncie e demonstre o Teorema de Banach-Steinhaus.

(B) Seja X um espaço de Banach e x_k uma seqüência em X. Mostre que se x_k converge para x na topologia fraca, então x_k é limitada na norma $\|.\|$ de X e $\|x\| \leq \liminf_{k\to\infty} \|x_k\|$.

(C) Enuncie o Teorema de Banach-Alaoglu.

(5) Seja E o espaço vetorial real das funções contínuas $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$. Calcule os autovalores e autovetores da aplicação $A : E \to E$ definida por

$$(Af)(x) = \int_{-\pi}^{\pi} cos(t+x)f(t)dt.$$

MM444 - 2S 2006 - Exame de Qualificação

Nome: ______________________________ RA: __________ 13/12/2006

1. Responda se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa justificando suas respostas.

   (a) Todo subanel de um anel semi–simples a esquerda é semi-primitvo a esquerda.

   (b) Se G e H são grupo abelianos finitos tais que $\mathbb{R}[G] \cong \mathbb{R}[H]$, então $G \cong H$.

   (c) Se R, S são dois anéis e $f : R \to S$ é um homomorfismo de anéis sobrejetivo, então $f(\mathrm{rad}\,(R)) \subseteq \mathrm{rad}\,(S)$. (Nesta prova, $\mathrm{rad}\,(R)$ é o radical de Jacobson do anel R.)

   (d) Todo anel simples é artiniano a esquerda.

   (e) Se R é um anel e M é um R-módulo semi-simples, então todo submódulo de M é também semi-simples.

2. Defina anel primo e mostre que todo anel primo e finito é um anel de matrizes sobre um corpo finito.

3. Determine os módulos indecomponíveis de dimensão finita da álgebra $\mathbb{C}[x]$.

4. Sejam $K = \mathbb{F}_5, G = S_3$ e V a representação natural de dimensão 2 de $R = K[G]$.

   (a) Calcule $\mathrm{rad}\,(R)$.

   (b) Mostre G é completamente redutível quando olhado como subgrupo de $\mathrm{Aut}_K(V)$.

   (c) Monte a tabela de caracteres de R.

   (d) Enuncie o teorema de Wedderburn-Artin e determine a correspondente decomposição de $R/\mathrm{rad}\,(R)$.

5. (a) Qual o grupo de Brauer de $\mathbb{R}$ e $\mathbb{C}$?

   (b) Verifique que $M_n(\mathbb{C})$ é central simples sobre $\mathbb{C}$ e descreva seu conjunto de automorfismos.

Exame Qualificação - Álgebra Comutativa - 10/07/2006

Todos os anéis considerados nesta prova são comutativos e com identidade não nula.

1.(3pts) Sejam R um anel, M um R-módulo finitamente gerado e I ideal de R.

a) Mostre que $M \otimes_R \frac{R}{I} \simeq \frac{M}{IM}$

b) Suponha que $(R, \mathbf{m})$ é anel local (ie, $\mathbf{m}$ é o único ideal maximal de R) e enuncie o lema de Nakayama para R e M.

c)De novo suponha que $(R, \mathbf{m})$ é anel local. Chame $K = \frac{R}{\mathbf{m}}$ o corpo de resíduos de R. Mostre que:

$M \otimes_R K \simeq K^n$ como K espaço vetorial, onde $n = min\{s \in \mathbb{N};\ M$ pode ser gerado por s elementos$\}$

2.(3pts) Seja $A \leq B$ uma extensão de anéis.

a) Defina o fecho integral de A em B e diga quando dizemos que A é integralmente fechado em B.

b) Mostre que o anel de inteiros, $\mathbb{Z}$, é integralmente fechado no corpo dos números racionais $\mathbb{Q}$ e conclua que se S é subanel de $\mathbb{Q}$ que contem propriamente $\mathbb{Z}$ então S **não é** um $\mathbb{Z}$-módulo finitamente gerado.

c) Mostre que: Se B é A-módulo finitamente gerado e B é corpo então A também é corpo.

---

3. Responda 4 dentre as 6 questões abaixo. Justifique cada uma das respostas. Resposta sem justificativa não será considerada.

a)(1pt) Sejam R um anel local e noetheriano de dimensão de Krull $n \geq 2$ e $b \in R$ um elemento que não é um divisor de zero de R. Sabe-se que o ideal primo $\wp$ de R é primo minimal do ideal principal (b). Pergunta-se: $\wp$ pode ser o ideal maximal de R?

b)(1pt) Sejam R um anel e

$$0 \longrightarrow M_1 \xrightarrow{\alpha} M \xrightarrow{\beta} M_2 \longrightarrow 0$$

uma sequência exata curta de R-de módulos finitamente gerados e R-homomorfismos. Mostre que: Se $M_2 = R^n, n \geq 1$, então existe um R-homorfismo $\gamma : M_2 = R^n \longrightarrow M$ tal que: $\beta \circ \gamma = Id$, onde $Id : R^n \longrightarrow R^n$ é o homomorfismo identidade. Conclua daí que γ é injetora e que
$M = \gamma(R^n) \oplus \alpha(M_1)$, isto é, $M \simeq M_2 \oplus M_1$.

c) Sejam R um anel noetheriano e I um ideal próprio de R. Suponha que I tenha a seguinte propriedade: Um ideal primo, $\wp$, de R contem I se e somente se $\wp$ é ideal maximal de R. A afirmação de que a decomposição primária de I é única é falsa ou verdadeira?

d)(1pt) Quais dos seguintes aneis são Artinianos e quais são Noetherianos:

$$\mathbb{Z}[X], \qquad \frac{\mathbb{Q}[X,Y]}{(f(X,Y))}, \text{ onde } f(X,Y) \notin \mathbb{Q}\ , \qquad \frac{\mathbb{Q}[X]}{(g(X))}, \text{ onde grau de } g(X) \geq 1?$$

e)(1pt) Calcular a dimensão de Krull dos seguinte anéis :

$$\mathbb{Z}[X, \sqrt{2}], \qquad \mathbb{Q}[\sqrt{3}] \qquad \text{e} \qquad \mathbb{Q}[X,Y,Z]/(X^2 - Y, Z^2).$$

f)(1pt)Seja R um anel. Mostre que: Se $P_1, ..., P_n$ são ideais primos de R tais que para todo par $i \neq j$ tem-se $P_i \not\subseteq P_j$ e $S = R \setminus \bigcup_i P_i$ então $Max(S^{-1}R) = \{S^{-1}P_1, ..., S^{-1}P_n\}$. Mais ainda a partir deste resultado e usando o anel de inteiros mostre que para todo $n \geq 1$ existe um domínio,D, de dimensão 1 e com exatamente n ideais maximais.

Boa Prova

IMECC-UNICAMP-DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
EXAME DE QUALIFICAÇÃO DE DOUTORADO
ANÁLISE FUNCIONAL
DATA: 12/07/2006

(1) Seja C_0 o espaço vetorial das seqüências $x = (x_1, x_2, x_3, ...)$ tais que $x_i \in \mathbb{R}$ para todo $i \in \mathbb{N}$ e que existe $i_0 \in \mathbb{N}$ tal que $x_i = 0$ para todo $i > i_0$, munido da norma $\|x\| = \max_i |x_i|$.

(A) Mostre que os vetores da forma $e_i = (0, ...0, 1, 0...)$ com 1 na i-ésima coordenada formam uma base de Schauder de C_0.

(B) Considere a aplicação bilinear $< .,. >: C_0 \times C_0 \to \mathbb{R}$ definida nos elementos da base formada pelos vetores e_i por $< e_i, e_j >= 1$ se $i = j$ e $< e_i, e_j >= 0$ se $i \neq j$. Mostre que $< .,. >$ define um produto interno em C_0.

(C) Mostre que o operador linear $T : C_0 \to C_0$ definido por $T(e_1) = e_2$ e $T(e_i) = e_{i-1} + e_{i+1}$ se $i > 1$ é autoadjunto.

(D) Calcule, se houver, os autovalores do operador T definido no ítem anterior.

(E) Fixado $n \in \mathbb{N}$, mostre que o operador $F : C_0 \to C_0$ definido por $F(a_1, a_2, ..., a_n...) = (a_1 + a_2 + ... + a_n)e_1$ não possui adjunto.

(F) Fixado $n \in \mathbb{N}$, seja $f : C_0 \to \mathbb{R}$ o funcional linear definido por $f(a_1, a_2, ..., a_n...) = a_1 + a_2 + ... + a_n$. Mostre que não existe $x_0 \in C_0$ tal que $f(x) =< x_0, x >$ para todo $x \in C_0$.

(2) Seja E um espaço de Banach real e E' o seu dual topológico. Seja $K \neq \emptyset$ um subconjunto convexo de E. Mostre que K é fracamente fechado na topologia fraca $\sigma(E, E')$ se, e somente se, é fechado na topologia da norma de E.

(3) (A) Seja E um espaço vetorial normado por $\|.\|$ e seja $X \neq \emptyset$ um subespaço vetorial próprio e fechado de E. Dado $\varepsilon > 0$, mostre que $\{x \in E : \|x\| = 1 \ e \ dist(x, X) > 1 - \varepsilon\} \neq \emptyset$.

(B) Seja E o subespaço vetorial das funções f em $C([0,1], \mathbb{R})$ tais que $f(0) = 0$ munido da norma do supremo e $X = \{f \in E : \int_0^1 f(x)dx = 0\}$. Mostre que $\{x \in E : \|x\| = 1 \ e \ dist(x, X) = 1\} = \emptyset$.

(4) Seja $K : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}$ uma aplicação contínua, seja L o espaço vetorial normado das funções contínuas $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ com a norma $\|f\|_2 = \left(\int_0^1 (f(x))^2 dx\right)^{1/2}$ e seja $E = C([0,1], \mathbb{R})$ com a norma do supremo. Definamos $(Jf)(x) = \int_0^1 K(x,y)f(y)dy$. Mostre que a aplicação $J : L \to E$ é compacta.

(5) Disserte sobre o Teorema do Gráfico Fechado e o Teorema da Aplicação Aberta.

GEOMETRIA RIEMANNIANA
EXAME DE QUALIFICAÇÃO
DEZEMBRO 2006

1) a) Escreva e demostre a fórmula da primeira variação da energia para curvas diferenciáveis por partes.

b) Use (a) e o lema de Gauss para monstrar que o conceito de geodésicas geomêtrico (= curvas que localmente minimizam o comprimento de arco) é equivalente ao conceito dinâmico (curvas que tem aceleração covariante zero, $\nabla_{\gamma'(t)}\gamma'(t) = 0$).

2) Calcule as geodésicas e a curvatura do espaço projetivo complexo $\mathbb{C}P^n$ munido da sua métrica canônica que vem da submersão riemanniana $S^1 \cdots S^{2n+1} \to \mathbb{C}P^n$.

3) a) Seja (M, g) uma variedade Riemanniana. Defina a aplicação exponencial $\exp_p$.

b) Escreva a derivada da aplicação exponencial em termos de campos de Jacobi. Demostre a fórmula obtida usando variações de geodésicas por geodésicas.

c) Enuncie o teorema de comparação de Rauch.

d) Seja (M, g) uma variedade de curvatura secional não positiva, $K_M \leq 0$. Mostre que a aplicação exponencial aumenta a norma: $|(d\exp_p)_v(w)| \geq |w|$ para todo $p \in M, v \in T_pM$ e $w \in T_vT_pM \cong T_pM$.

GEOMETRIA RIEMANNIANA
EXAME DE QUALIFICAÇÃO
JULHO 2006

1) a) Seja G um grupo de Lie compacto. Asuma que ele possue uma medida bi invariante v_g. Prove que G admite métricas Riemannianas $<,>_1$, $<,>_2$ e $<,>$ qu são invariantes a esquerda direita e bi-invariante, respectivamente.

b) Prove que $K_G \geq 0$ na metrica bi-invariante acima definida. (Assuma com verdadeiro que $\nabla_X X = 0$, se X for um campo sobre G invariante a esquerda).

2) Mostre que $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$ dada por $\phi(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2}}(cosx, sinx, cosy, siny)$ ond $x, y \in \mathbb{R}$ é uma imersão de $\mathbb{R}^2$ na esfera unitaria $S^3(1) \subset \mathbb{R}^4$ cuja imagem é ur toro T^2 com curvatura seccional nula na metrica induzida.

3) Enuncie o teorema de Hadamard e mostre que duas variedades riemannianas d dimensão n, completas, simplesmente conexas, de curvatura nula, são globalment isometricas. Em outras palavras, é um $\mathbb{R}^n$ com a metrica euclidiana.

4) Seja $S^2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1\}$, $\gamma : [0, 2\pi] \to S^2$, $\gamma(t) = (cost, sint, 0$ e $\xi(t) = (0,0,1)$ o campo "vertical" ao longo de γ. Qual das seguintes afirmações verdadeira? (justificar):

a) ξ é paralelo.
b) ξ é Jacobi.
c) ξ é Killing.