MA740 - Matemática do Ensino Médio 1

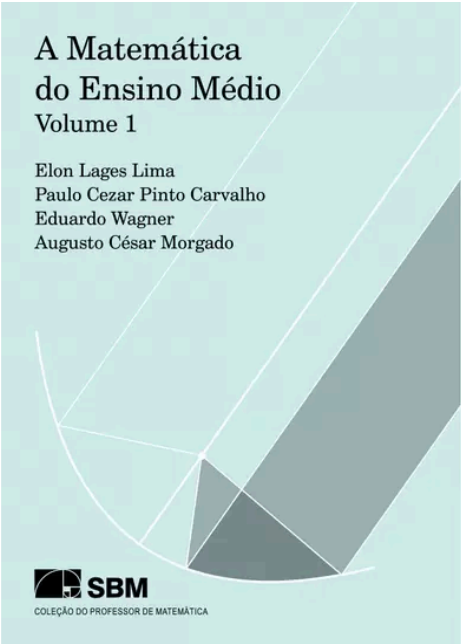
Programa da disciplina

Professor: Marcelo Firer, mfirer@unicamp.br, sala 312 (Imecc)
PAD: Lucas Vieira Santa Maria, l240196@dac.unicamp.br

Pressupostos básicos da disciplina 3
Organização da Disciplina 3
Trabalhos e Entregas 4
Avaliação 6
Cronograma 6
Atendimento 7
Coisas que todo professor de matemática faz 9
1. Explicar 9
2. Resolver problemas e questões Matemáticas 10
3. Escolher exemplos 11
4. Preparar tarefas matemáticas: listas de exercícios e problemas 11
5. Preparar provas e avaliações 12
6. Oferecer um retorno (feedback) aos alunos 13
7. Preparar atividades diferenciadas 14
8. Incluir (ou não) 14
Alguns Aspectos da Profissão de Professor 16
1. Motivação inicial 16
2. Intencionalidade 17
3. Arbitrário e necessário 17
4. Atividades ricas 19
5. Erros, dificuldades e preconcepções 19
6. Formas de representação 20
7. Localização do conteúdo 20
8. Adaptação 21

Esta disciplina visa abordar o conteúdo programático do Ensino Médio, sob o ponto de vista de (em um futuro próximo) professores de matemática. A parte sublinhada é importante, pois engloba duas capacidades básicas:

1) Conhecer e compreender bem os conteúdos matemáticos.
2) A partir deste conhecimento e compreensão, tecer estratégias de ensino e engrandecer o repertório para ensinar matemática (principalmente no ensino médio).



Sob o ponto de vista de conteúdos, devemos abranger o primeiro volume e parte do segundo volume da coleção "A Matemática do Ensino Médio" de Elon Lages Lima et al., a saber:

1) Conjuntos; 2) Números naturais; 3) Números cardinais; 4) Números reais; 5) Funções afins; 6) Funções quadráticas 7) Funções polinomiais; 8) Funções exponenciais e logarítmicas; 9) Funções trigonométricas 10) Progressões.

Sob o ponto de vista dos conteúdos, todos vocês devem ter este texto como livro de cabeceira. Não "ensinarei" o conteúdo matemático destes livros, pois já no final da graduação, todos têm condições de ler e estudar de modo autônomo estes conteúdos. O foco (e creio que diferencial) da disciplina será abordar cada um destes assuntos sob aspectos didático-pedagógico, pensando em coisas que todo professor de matemática precisa fazer e saber.

Destacamos aqui sete **atividades que todo professor de matemática precisa fazer:**

1) Explicar conceitos matemáticos.
2) Resolver problemas e questões.
3) Escolher exemplos.
4) Preparar tarefas (lição de casa, listas de exercícios, etc.).
5) Preparar provas e avaliações.
6) Oferecer retornos (feedback) aos alunos.
7) Preparar e organizar atividades diferenciadas.
8) Incluir/ser inclusivo.

Para conseguir realizar estas atividades (categoria de ação), o professor precisa saber uma série de coisas (afora o conteúdo matemático), aquilo que na literatura profissional se conveniou chamar de Conhecimento Pedagógico de Conteúdos (PCK, na sigla em inglês). Existem muitas listas categorizando este tipo de conhecimentos/habilidades/competências, mas vamos tomar emprestado alguns aspectos elencado pela professora Rita Santos Guimarães:

1) Saber criar uma motivação inicial.
2) Ter clareza sobre suas intenções pedagógicas.
3) Distinguir entre o que é arbitrário (convenção social) e o que é necessário (conhecimento).
4) Ser capaz de enriquecer uma atividade.
5) Conhecer e entender erros e dificuldades dos alunos
6) Conhecer formas de representação e notação adequada
7) Localizar o conteúdo no currículo escolar
8) Ter flexibilidade no manejo do conteúdo em sala de aula.

Pressupostos básicos da disciplina

- Aprendemos muito conversando sobre o que ainda não compreendemos plenamente, sobre o que ainda está turvo.
- De modo geral não conversamos sobre certo e errado, mas sobre contextos e opções dentro de contextos.
- **Respeito absoluto pelos colegas.**

Organização da Disciplina

O curso está organizado em 3 grandes blocos de conteúdos. Em cada bloco teremos duas aulas dedicadas a cada um dos tópicos de conteúdo (3 ou 4 blocos em cada tópico). Nestas aulas discutiremos alguma atividade ou situação de sala de aula, tentando focar em um ou mais aspectos da profissão de professor e discutindo as potencialidades em termos das coisas que um professor deve fazer. Estas aulas são aquelas que chamaremos de **aulas regulares** da disciplina. Além destas, teremos mais alguns tipos de aula:

Aulas extras, que visam dar um pouco de flexibilidade na gestão do professor, permitindo aprofundar algum conteúdo ou aspecto.

Atividades do bloco, que são aulas para apresentações, em grupo, dos alunos da turma.

Avaliação individual, duas datas destinadas a uma avaliação que talvez pareça uma prova.

Trabalhos e Entregas

Todos estes tipos de aula estão vinculados a entregas a serem feitas pelos alunos. Serão vários tipos de entrega, que ao final comporão a nota da disciplina.

Discussão de atividades: Cada aluno deverá comentar alguma atividade discutida em sala de aula, sob algum aspecto relevante. Algumas vezes estes aspectos serão livres, outras vezes serão pré-definidos. O texto será em formato livre, e não haverá qualquer juízo de valor sobre opiniões, mas dois aspectos serão considerados cruciais: a) Dar respostas específicas (especificidade versus generalidade); b) Coerência de argumentos. Comentaremos a respeito nas primeiras aulas da disciplina.

Os textos discutindo estes aspectos são atividades individuais, cada aluno deverá fazer 5 entregas ao longo do semestre, de acordo com a tabela abaixo.

Conteúdo	Alunos	Data
Conjuntos	RA par	19/março
Números naturais	RA ímpar	26/março
Números cardinais	RA par	2/abril
Números reais	RA ímpar	9/abril
Funções afim	RA par	30/abril
Funções quadráticas	RA ímpar	7/maio
Funções polinomiais	RA par	14/maio
Exponencial e logaritmo	RA ímpar	3/junho
Funções trigonométricas	RA par	10/junho
Progressões	RA ímpar	17/junho

Atividades de bloco: Para cada um dos dez tópicos de conteúdo da disciplina, um pequeno grupo (dois ou três alunos) deverá efetivamente produzir algum material, alguma das *"coisas que todo professor precisa fazer"*: uma avaliação, uma lista de exercícios, proposta de atividade diferenciada, etc. Estas produções serão apresentadas para a sala, nas duas aulas destinadas a "Atividades de Bloco" (vide cronograma abaixo) e a turma poderá discutir os trabalhos. Após a discussão, caso deseje, a turma poderá fazer uma segunda entrega, que substituirá a primeira.

A tipologia da atividade de cada grupo será definida de antemão (não queremos ter apenas listas de exercícios ou apenas provas). Cada grupo fará apenas uma entrega e uma apresentação.

<u>Importante</u>: Esta atividade deve ser discutida efetivamente em grupo, ou seja, não é para termos uma divisão de tarefas sem que o grupo converse entre si. A divisão de tarefas deve ser feita apenas para os aspectos práticos e técnicos (fazer revisão, diagramação, etc).

Os conteúdos e os grupos devem ser formados na tabela abaixo.

Grupo	Conteúdo	Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3
1	Conjuntos			
2	Números naturais			
3	Números cardinais			
4	Números reais			
5	Funções afim			
6	Funções quadráticas			
7	Funções polinomiais			
8	Exponencial e logaritmo			
9	Funções trigonométricas			
10	Progressões			

Avaliação individual: Teremos duas avaliações individuais, em algum sentido parecida com provas. De modo geral, boa parte das perguntas terá um ítem inicial sobre conhecimento de conteúdo e os itens seguintes focando em conhecimento pedagógico de conteúdo.

Avaliação

Temos três entregas de trabalhos na disciplina:

- Cinco textos de discussão de atividades (individual, peso 3)
- Uma atividade de bloco (em grupo, peso 3)
- Duas avaliações individuais (peso 3 no total)
- Autoavaliação (peso 1)

Cronograma

Março		4	Apresentação da disciplina
Março		5	Apresentação da disciplina
Março	Bloco 1	11	Conjuntos
Março	Bloco 1	12	Conjuntos
Março	Bloco 1	18	Números naturais
Março	Bloco 1	19	Números naturais
Março	Bloco 1	25	Números cardinais
Março	Bloco 1	26	Números cardinais
Abril	Bloco 1	1	Números reais
Abril	Bloco 1	2	Números reais
Abril	Bloco 1	8	Atividades bloco 1
Abril	Bloco 1	9	Atividades bloco 1
Abril	Bloco 1	15	Aula extra
Abril	Bloco 2	16	Funções afim
Abril	Bloco 2	22	**Avaliação 1**
Abril	Bloco 2	23	Funções afim
Abril	Bloco 2	29	Funções quadráticas
Abril	Bloco 2	30	Funções quadráticas
Maio	Bloco 2	6	Funções polinomiais
Maio	Bloco 2	7	Funções polinomiais
Maio	Bloco 2	13	Aula extra
Maio	Bloco 2	14	Atividades Bloco 2
Maio	Bloco 2	20	Atividades Bloco 2
Maio	Bloco 3	21	**Não haverá aula**
Maio	Bloco 3	27	Exponencial e logaritmo
Maio	Bloco 3	28	Exponencial e logaritmo
Junho	Bloco 3	3	Funções trigonométricas
Junho	Bloco 3	4	Funções trigonométricas
Junho	Bloco 3	10	Progressões
Junho	Bloco 3	11	Progressões
Junho	Bloco 3	17	Aula extra
Junho	Bloco 3	18	Atividades Bloco 3
Junho	Bloco 3	24	Atividades Bloco 3
Junho	Bloco 3	25	**Avaliação 2**
Julho		10	**Exame**

Atendimento

O atendimento aos alunos será feito em minha sala do Imecc (sala 312), às segundas feiras, das 18h15 às 19h15.

Questões referentes ao ambiente de aprendizagem (Moodle) devem ser feitas diretamente ao Lucas (PAD da disciplina).

ANEXOS

Coisas que todo professor de matemática faz

1. Explicar

O ensino da matemática sempre envolve atividades frontais, momentos em que o professor *explica* matemática. O texto de Perry analisa a frequência com que professores dos anos iniciais explicam conceitos matemáticos a alunos do ensino fundamental no Japão, Taiwan e Estados Unidos. Não surpreendentemente, os alunos nos países asiáticos (muito melhor avaliados em todos os exames comparativos), recebem muito mais explicações. Provavelmente temos aqui uma relação causal de aprendizagem, uma percepção geral captada por Liping Ma:

> *"Os professores chineses acreditam que se os alunos aprenderem bem um conceito na primeira vez que é introduzido, obtém-se o dobro do resultado com metade do esforço na aprendizagem posterior. Caso contrário, obtém-se metade do resultado com o dobro do esforço."*

Uma *explicação* em matemática está muito mais relacionada a compreender conceitos, representações e resultados do que em *saber fazer* algo. Para exemplificar esta diferença, mencionamos dois problemas: 1) Resolver a equação $|x + 1| + |x| = 0$ (ver a "Tarefa de Álgebra" em MathTasks); 2) Calcular $\frac{812+812+812+812+812}{5}$ (Wertheimer, Apud Shoenfelfd, página 148).

Na ferramenta para avaliação de conhecimentos pedagógicos de conteúdos de matemática utilizada por Baumert et al, saber explicar um conceito ou conteúdo de diversos modos é um dos aspectos mais importantes.

Para discutir o que é uma boa explicação, vamos focar nestes dois problemas:

a) Porque $10^0 = 1$?
b) Porque $log_a xy = log_a x + log_a y$?
c) O que significa dividir $1\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$? De uma situação problema que pode ser resolvida efetuando-se a conta $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ (Coactiv + Liping Ma)

Referências

Perry, M. (2000). Explanations of mathematical concepts in Japanese, Chinese, and US first-and fifth-grade classrooms. Cognition and Instruction, 18(2), 181-207.

Ma, L. (2010). Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.

Schoenfeld, A. H. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of ‘well-taught’ mathematics courses. Educational psychologist, 23(2), 145-166.

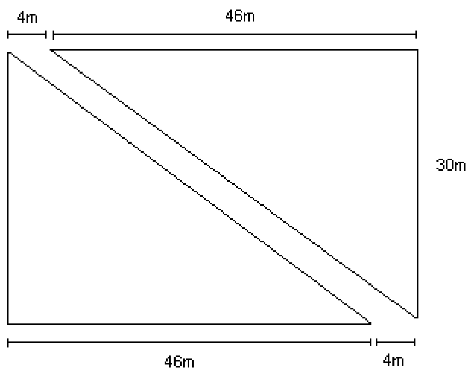
Baumert, Jürgen, et al. "Teachers’ mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress." American educational research journal 47.1 (2010): 133-180.

2. Resolver problemas e questões Matemáticas

Resolver problemas e questões matemáticas são ações cotidianas de um professor de matemática e envolvem habilidades múltiplas, incluindo capacidade de modelar matematicamente situações e problemas de outras áreas, domínio de técnicas, uso de recursos múltiplos (repertório variado).

Resolver a equação $|x + 1| + |x| = 0$

Um caminho atravessa um campo retangular (ver diagrama). Qual é a área total do campo excluindo o caminho? Resolva este problema de tantos modos como conseguir.



3. Escolher exemplos

Aulas de matemática e livros-textos de matemática são repletos de exemplos. Existem essencialmente dois tipos de exemplos, bem descritos por Tim Rowland:

"No caso dos conceitos, o papel dos exemplos é o de provocar ou facilitar a abstração: uma vez que um conjunto de exemplos tenha sido unificado pela formação de um conceito, os exemplos subsequentes podem ser assimilados pelo conceito (Skemp 1979)...

A segunda utilização de exemplos no ensino, mais frequentemente designada por "exercícios", não é indutiva, mas ilustrativa e orientada para a prática. Estes exercícios são, no entanto, exemplos seleccionados de uma classe de exemplos possíveis."

Referências

Rowland, Tim. "The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics." Educational studies in mathematics 69 (2008): 149-163.

4. Preparar tarefas matemáticas: listas de exercícios e problemas

Tarefas matemáticas é um termo genérico que se refere às questões, situações e instruções que são acessíveis aos alunos nas aulas de matemática. Assim, uma tarefa pode ir desde um exercício do manual de matemática, ou uma pergunta de exame, até uma exploração utilizando a abordagem de descoberta guiada.

Para entendermos o campo de **atividades matemáticas**, nos referimos a Dubravka, que cita cinco campos distintos, que vamos ilustrar a partir de uma única situação:

Um barril em forma de cilindro está cheio de água pela metade. A altura do barril é 82 cm. A sua base de representação tem um diâmetro de 82 cm.

(a) Representações e modelagem: *Construa a sua base usando uma escala de 1:100*

(b) Cálculo e operação: Encontre o volume do barril e expresse-o em litros

(c) Interpretação: O que está sendo expresso pela fórmula $(\frac{82}{2})^2 x$?

(d) Argumentação; A altura da água no barril influencia a área da superfície do barril? Explique a sua opinião.
(e) Raciocínio.

Pensando não apenas na natureza das atividades, mas nos seus objetivos, pensaremos frequentemente na necessidade de desenvolver fluência matemática em um certo contraponto com atividades ricas, conforme exposto por Colins.

Focaremos nossa produção em duas tipologias básicas: listas de <u>exercícios</u> e <u>problemas</u>. Os exercícios essencialmente visam desenvolver fluência e por este motivo sugerem um caminho quase único: sabemos o que deve ser feito (mesmo que não saibamos o que fazer). Já os problemas

<u>*Referências*</u>

Foster, Colin. "Developing mathematical fluency: comparing exercises and rich tasks." Educational Studies in Mathematics 97.2 (2018): 121-141.

Glasnovic Gracin, Dubravka. "Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples." International journal of mathematical education in science and technology 49.7 (2018): 1003-1024.

5. Preparar provas e avaliações

Avaliações no contexto de ensino-aprendizagem de matemática pode ter muitos significados e objetivos distintos (veja ao menos oito deles no texto de Romberg)[1].

---

[1] Romberg cita oito situações que levam a se fazer uma avaliação de matemática e as ilustra com exemplos: 1)Uma aluna decidiu estudar biologia e gostaria de saber se tem os conhecimentos necessários para se inscrever num curso de biometria. 2) O comité de admissão de uma instituição de ensino superior deve selecionar cem alunos de entre oitocentos que se candidataram a um curso de engenharia. 3)Um professor gostaria de classificar os alunos de acordo com a sua compreensão do capítulo sobre equações lineares simultâneas que acabou de completar. 4)Um funcionário de um departamento de educação foi solicitado a fornecer a uma comissão legislativa informações sobre o desempenho dos alunos em matemática. 5)Uma editora está interessada em desenvolver um texto para ensinar conceitos específicos de estatística a alunos do ensino médio. Precisa de feedback dos professores sobre a adequação dos materiais (ou seja, o que foi bem sucedido e o que não foi) para que possam ser feitas melhorias. 6) Um pesquisador interessado no desenvolvimento cognitivo precoce no que diz respeito à matemática gostaria de avaliar a capacidade das crianças em idade pré-escolar para lidar com certas relações matemáticas, como a comparação de dois conjuntos no que diz respeito à numerosidade. 7) Um empregador está interessado na capacidade matemática dos candidatos a um emprego. 8) Um funcionário deve decidir quais os alunos que devem ser admitidos em escolas secundárias acadêmicas e quais os que devem ser admitidos em escolas técnicas.

Aqui estamos interessados naqueles que fazem parte do cotidiano e das atividades regulares de um professor de matemática: avaliar o conhecimento e compreensão dos alunos de algum tópico estudado/ensinado, ao longo do ano (*avaliação formativa*), avaliar para fins de classificação ou tomada de decisão administrativa (*avaliação somativa*) ou avaliar o quanto os alunos estão preparados para o início de um processo educacional (*avaliação diagnostica*). Um breve apanhado (genérico) destas modalidades pode ser encontrado No texto de Oliveira et al (2022). Uma visão mais específica pode ser encontrada em Schoenfeld (2015).

Referências

Romberg, Thomas A. "Evaluation: A coat of many colors." Mathematics assessment and evaluation: Imperatives for mathematics educators (1992): 10-36.

de Oliveira, Ricardo Gavioli, Amôna Almeida Mota, and Jayne Araújo de Sousa. "Avaliação educacional-uma breve análise das modalidades: Diagnóstica, formativa e somativa." Cadernos da Pedagogia 16.34 (2022).

Schoenfeld, Alan H. "Summative and formative assessments in mathematics supporting the goals of the common core standards." Theory Into Practice 54.3 (2015): 183-194.

6. Oferecer um retorno (feedback) aos alunos

De um modo geral, o feedback é considerado como qualquer forma de informação cujo objetivo é esclarecer o destinatário e tem origem nos trabalhos de Skinner, com um reforço de comportamento. Consideramos aqui feedback como qualquer informação fornecida ao aluno sobre o seu desempenho ou a sua compreensão. Para que seja efetivo (no sentido de promover a aprendizagem), deve “*centrar-se no trabalho do aluno na tarefa em causa, e não no nível de competências do aluno em comparação com outros alunos ou com um esquema de classificação ... e é mais eficaz quando não só fornece informações sobre a correção das respostas, mas também elabora sobre as qualidades do trabalho do aluno ou sobre como melhorar*" (Stovner, 2022).

Vamos considerar o feedback dado em instâncias variadas: provas e exames, lição de casa, atividades em sala de aula, conversas matemáticas.

Em um importante trabalho de pesquisa, de 1998, Ruth Butler considerou três tipos de feedback a atividades feitas pelos alunos:

notas, comentários e notas com comentários. Apenas o segundo tipo (comentários apenas) mostrou ser relevante para ganhos de aprendizagem e interesse dos alunos. Veja a tabela resumo apresentada em Johnston-Wilder et al (2016).

Table 6.2 Outcomes from feedback

Feedback received	Gain in learning	Interest in subject
Grades	None	Those with high grades – positive Those with low grades – negative
Comments	30 per cent	All pupils showed positive interest in subject.
Both grades and comments	None	Those with high grades – positive Those with low grades – negative

Source: Butler, 1988

Referências

Stovner, Roar Bakken, and Kirsti Klette. "Teacher feedback on procedural skills, conceptual understanding, and mathematical practices: A video study in lower secondary mathematics classrooms." Teaching and Teacher Education 110 (2022)

BUTLER, R. (1988), ENHANCING AND UNDERMINING INTRINSIC MOTIVATION: THE EFFECTS OF TASK-INVOLVING AND EGO-INVOLVING EVALUATION ON INTEREST AND PERFORMANCE. British Journal of Educational Psychology, 58: 1-14. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.1988.tb00874.x

Johnston-Wilder, Sue, Clare Lee, and David Pimm, eds. Learning to teach mathematics in the secondary school: a companion to school experience. Taylor & Francis, 2016.

7. Preparar atividades diferenciadas

8. Incluir (ou não)

Isto é algo que fazemos em todas as nossas ações, estando mais ou menos conscientes a respeito. Quanto mais conscientes estivermos de nossos preconceitos ou vieses, maior a chance de sermos mais inclusivos em sala de aula. Isto se refere a inclusão ou exclusão em todos os aspectos e categorias: raça, gênero, classe social,origem étnica, necessidades especiais, etc.

Um primeiro auxílio a este tipo de preocupação pode ser o texto de Johnston-Wilder (capítulo 10).

Referências

Johnston-Wilder, Sue, Clare Lee, and David Pimm, eds. Learning to teach mathematics in the secondary school: a companion to school experience. Taylor & Francis, 2016.

Alguns Aspectos da Profissão de Professor

Agradecimento à Rita Santos Guimarães

Temos aqui uma lista de oito aspectos sobre a profissão de professores de matemática que foram desenvolvidos pela professora Rita Guimarães, para serem abordados nesta mesma disciplina (MA740) em 2022. A disciplina foi relatada em um livro, do qual retiramos a descrição dos oito aspectos. Para os interessados, o livro está disponível em PDF.

GUIMARÃES, R. S.. Atividades matemáticas: aspectos catalisadores para reflexão docente. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Pi, 2023. v. 1. 57p .

1. Motivação inicial

A motivação inicial de uma atividade está relacionada à forma como tal atividade é apresentada, num primeiro momento, para a turma. Por exemplo: uma conversa sobre o assunto; perguntas sobre o significado de um novo termo ou de um termo que será fundamental; leitura de um texto sobre algo contextualizado que faz aplicação do que será visto na atividade; um jogo ou um desafio, etc. É comum também que a motivação inicial se dê através do uso de curiosidades ou de fatos da história da matemática. Ao considerar este aspecto, deve-se refletir sobre a adequação da apresentação e a atividade em si: a motivação e a atividade estão de fato relacionadas? Além disso, considerar interesses específicos do contexto de seus alunos é fundamental para atingir o efeito de motivar. Esse aspecto deve ser priorizado na introdução de novos conteúdos, ou seja, não se espera que todas as atividades sejam sempre introduzidas com aplicações ou contextos,mas é preciso refletir sobre quando isso é possível e desejável.

Referências:

- Principles for the design of a fully-resourced, coherent, research-informed school mathematics curriculum: “a problem-solving approach will be taken in some places to introduce new ideas of mathematical content. This could entail students exploring a new situation to identify patterns and form conjectures before these are formalized in a teaching sequence.” (Foster et al., 2021, p. 631)

2. Intencionalidade

Intencionalidade é o aspecto relativo aos objetivos (gerais e pontuais) e justificativas de uma atividade. Localmente, é preciso considerar o objetivo de cada parte de uma atividade (introdução,exemplos, exercícios, conceitos).

Em termos gerais, é preciso ter clareza sobre o objetivo amplo em relação ao conteúdo abordado e o grau de familiaridade com o tópico que se deseja que os estudantes adquiram. Por exemplo, pode ser válido abordar o conteúdo de multiplicação de matrizes de forma mecanizada sem muita preocupação com o conceito por trás, caso a turma esteja se preparando para exames de ingresso em instituições de Ensino Superior. Por outro lado, não deve ser aceitável que os estudantes decorem a regra de “passar para o outro lado” como método de resolver equações. A solução de equações algébricas e a ideia de manter a igualdade é fundamental em diversos conteúdos escolares e não deve ser tratada apenas como um método a ser decorado.

Considerar a intencionalidade do que é sugerido em sala de aula pode facilitar o acompanhamento da turma e dos estudantes de forma focada já que torna viável o uso de avaliação formativa (constante) e o foco no processo e não na resposta final (SWAN, 2005).

Referências:

- Swan, M. (2005). Standards Unit - Improving learning in mathematics: challenges and strategies. University of Nottingham: https://www.stem.org.uk/elibrary/resource/26057 (talvez precise de cadastro).

3. Arbitrário e necessário

Arbitrário e necessário foram termos usados por Dave Hewitt em um texto reflexivo sobre uma forma de distinguir o que “precisa ser ensinado” em matemática. Para Hewitt (1999), um conhecimento é arbitrário quando surgiu da vontade de alguém, não é passível de justificativa e nem de descoberta independente. Irá desaparecer se não estiver registrado ou gravado em algum lugar (livro, memória,etc.). Por exemplo: símbolos específicos, nomes e convenções.

Por outro lado, um conhecimento é chamado de necessário quando pode ser obtido, ou observado, ou calculado, sem que alguém tenha te informado. Isso não significa que todos os estudantes estejam em condições de fazê-lo, mas apenas de que seria possível a partir de algum ponto de partida.

Como exemplo, considere o seguinte conhecimento de natureza matemática: o ângulo formado pela volta completa em um círculo é 360 graus. Nenhum estudante chegaria a esse conhecimento por observação ou após resolver atividades com ângulos e círculos. Alguém precisa informar que se estabeleceu a volta completa como 360°. Nesse caso, dizemos que se trata de um conhecimento arbitrário.

Porém, oferecer indicações do giro que representa meia volta pode ser obtido por um estudante, mesmo que ele não tenha conhecimento de graus e de que a volta completa tem 360°. Nesse caso, dizemos que se trata de um conhecimento necessário.

Hewitt (1999) argumenta que essa distinção influencia a forma como se tratam diferentes conhecimentos em sala de aula, como se ensina e como se espera que os estudantes interajam com cada um deles.

Referências:

- Hewitt, D., 1999. Arbitrary and necessary part 1: A way of viewing the mathematics curriculum. For the Learning of Mathematics 19, 2–9.
- Nardi, E., Biza, I., Zachariades, T., 2012. ‘Warrant’ revisited: Integrating mathematics teachers’ pedagogical and epistemological considerations into Toulmin’s model for argumentation. Educ Stud Math 79, 157–173.
- Biza, I., Kayali, L., Moustapha-Corrêa, B., Nardi, E., Thoma, A., 2021. Afinando o Foco em Matemática: Desenho, Implementação e Avaliação de Atividades MathTASK para a

Formação de Professores de Matemática. Perspec. Ed. Matemática 14, 1–41.
- Skemp, R.R., 1978. Relational Understanding and Instrumental Understanding. The Arithmetic Teacher 26, 1–16.

4. Atividades ricas

Barreira e limite referem-se ao começo e ao final de uma atividade. Ao considerar tais extremos é possível adequar o planejamento em relação aos pré-requisitos, ao tempo de duração e ao potencial de uma atividade.

Tal aspecto foi inspirado na ideia de atividades onde ‘todos podem começar e todos podem travar’? tradução livre da expressão em inglês ‘low threshold and high ceiling’ usada em https://nrich.maths.org/10345. As atividades com essa característica (com começo simples e final elaborado) são raras e/ou difíceis de elaborar. Este aspecto preocupa-se em identificar esses extremos para que se planeje adequadamente — não necessariamente que se seja capaz de tornar o começo mais simples e o final mais desafiador.

Em correspondência com as perspectivas adotas sobre o que é matemática, o que é ensinar e o que é aprender, o começo de uma atividade precisa estar adequado de forma a permitir que os estudantes de fato engajem-se em resolvê-la. Tal engajamento é que permitirá discussões e explorações que levam de fato ao aprendizado. Além disso, o limite de uma atividade deve ser considerado de forma a instigar a turma a não apenas obter um número final. Em outras palavras, pode-se afirmar que, o limite de uma atividade deve ser pensado muito além de uma resposta final; é no processo de resolução que de fato surgem oportunidades de aprender.

5. Erros, dificuldades e preconcepções

Este aspecto foca nos pontos ‘complicados’ de cada conteúdo. A ideia é que tais momentos sejam planejados em vez de evitados. Em relação aos erros é preciso detectar o erro, saber explicar o por quê está errado e que esclarecimentos devem ser fornecidos ao estudante para que esse erro não seja mais cometido.

Já em dificuldades, inclui-se conhecer as situações que costumam gerar mais dúvidas em determinados conteúdos. Por exemplo, é bastante comum estudantes que estão aprendendo operações com frações tenham dificuldade, pois tentam aplicar as regras de números inteiros.

Por fim, preconcepções tratam de possíveis confusões advindas de situações, em geral, reais que não foram devidamente analisadas. Por exemplo, considerar que em todo evento que tem apenas duas opções, cada uma dessas opções tem 50% de chance de acontecer: chover e não chover; ganhar ou perder na mega sena.

6. Formas de representação

Em uma aula de matemática faz-se uso de diversos tipos de representações: texto escrito, representação simbólica de objetos matemáticos, representações icônicas, desenhos tipo rascunho, desenhos com softwares computacionais de alta precisão, representação oral, etc.

Ao preparar uma aula, é fundamental considerar quais representações serão utilizadas e o nível de familiaridade que os estudantes já possuem com cada uma delas. Por exemplo, ao representar a fração ½, além desse símbolo, usamos 'meio', 'metade', o modelo circular (um semicírculo) e/ou o retangular, a representação na reta numérica etc. Como professores, é necessário fazer uso consciente e deliberado de representações e possíveis variações, considerando a pertinência de apresentar novas e conectá-las com outras com as quais a turma já tenha alguma familiaridade.

7. Localização do conteúdo

Os conteúdos matemáticos que são abordados na Educação Básica são bastante conectados entre si mas essa conexão não costuma ser óbvia e precisa ser explorada explicitamente. Por exemplo: Qual é a relação entre multiplicação e área?; Qual é a relação entre sequências e funções?.

Além disso, professores estão, em geral, inseridos em um contexto escolar que irá sugerir (ou determinar) o que deve ser priorizado e caberá a cada docente analisar a adequação da ordem e da profundidade dos conteúdos a serem abordados. As habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), por exemplo, sugerem de forma abrangente o que será necessário abordar e o que não é mais obrigatório no núcleo comum, ainda ficando a cargo de professores traduzir as habilidades e os objetos do conhecimento em forma de atividades para sala de aula.

Ao preparar uma aula considerando a localização do conteúdo, seja selecionando atividades, escolhendo exemplos ou formas de explicar, será adequado ter em mente perguntas como:

• O quê veio antes deste conteúdo? (consigo ou preciso revisar algum outro tópico);

• O quê virá depois? (a turma já possui pré-requisitos suficientes para que o próximo tópico seja acessível);

• Quais são as ideias centrais, que todos devem adquirir, para compreender este conteúdo?

8. Adaptação

Adaptação refere-se à possibilidade de alterar uma atividade, seja ainda na preparação, seja durante a aula. Ter a opção de simplificar (ou elaborar) algo que ficou muito complexo (ou muito simples), criar exemplos e situações que ajudem na superação de dúvidas não previstas ou procurando formas diferentes de explicar.

Neste aspecto, também sugere-se que os professores busquem formas variadas de interpretar e comparar (novos) métodos, técnicas e algoritmos, para as atividades sendo planejadas. Rowland et al. (2005), destaca que, durante uma aula, é preciso ter respostas rápidas a situações inusitadas ou inesperadas e ser capaz de discernir boas ideias que surgem e podem ser aproveitadas. Ao refletir previamente sobre possíveis situações inesperadas, o professor torna-se mais preparado para aplicar a atividade de forma que seja mais proveitosa para seus estudantes.

Por fim, ‘conhecer diversas formas de se resolver o mesmo problema’ e apresentá-las em sala de aula é uma mensagem adequada e forte em termos de o que é matemática já que, como afirma Ma (1999), não se trata de um conjunto de conhecimentos fixo e fechado.

Referências:

- ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: the Knowledge Quartet and the Case of Naomi. Journal of Mathematics Teacher Education, v. 8, n. 3, p. 255–281, jun. 2005.
- MA, L. Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1999.